

РУДОЛЬФ ШТАЙНЕР  
ПОЛНОЕ СОБРАНИЕ ТРУДОВ

---

---

---

RUDOLF STEINER

# Die vierte Dimension

## Mathematik und Wirklichkeit

Hörernotizen von Vorträgen über den  
mehrdimensionalen Raum und von  
Fragenbeantwortungen zu mathematischen Themen

Sechs zusammenhängende Vorträge,  
gehalten in Berlin vom 24. März bis 7. Juni 1905.

Zwei Einzelvorträge in Berlin  
vom 7. November 1905 und 22. Oktober 1908.

Fragenbeantwortungen von 1904 bis 1922

1995

RUDOLF STEINER VERLAG  
DORNACH / SCHWEIZ

РУДОЛЬФ ШТАЙНЕР

# Четвёртое измерение

## Математика и действительность

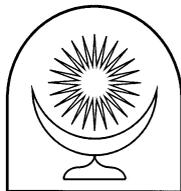
Записи слушателей  
докладов о многомерном пространстве и  
ответов на вопросы на математические темы

Шесть связанных между собой докладов,  
Берлин, с 24 марта по 7 июня 1905 года.

Два отдельных доклада, Берлин,  
с 7 ноября 1905 по 22 октября 1908 года.

Ответы на вопросы с 1904 по 1922 год.

Перевод с немецкого  
Л. Б. Памфиловой



ТИТУРУЛЬ

МОСКВА

2007

УДК 51  
ББК 22.1  
Ш 87

Штайнер Р.

Четвёртое измерение. Математика и действительность.  
М.: Титурель, 2007. – 320 с.

Впервые на русском языке: том № 324а Полного собрания трудов основателя духовной науки (антропософии) Рудольфа Штайнера. В том включены шесть связанных между собой и две отдельные лекции о многомерности пространства, о связи математических представлений с действительностью. Во второй части тома изложены ответы на вопросы, данные в разное время на разных лекциях в связи с представлениями математики и естествознания в их отношении к представлениям духовной науки. Книга знакомит читателя с удивительными взаимосвязями многоаспектного существа человека с математической многомерностью, с областями действительных (положительных и отрицательных), мнимых и сверхмнимых чисел. Дано глубокое проникновение в такие понятия, как третий закон Коперника, теория относительности Эйнштейна, Евклидова и неевклидова геометрия, золотое сечение, свет, учение Гёте о цвете и др. Предназначена для широкого круга читателей.

© Памфилова Л. Б., перевод  
© Елин Г. Я., оформление  
© Издательство «Титурель» 2007  
ISBN 978-5-902490-04-3

Перевод с немецкого по изданию  
RUDOLF STEINER. Die vierte Dimension. Mathematik und  
Wirklichkeit.  
RUDOLF STEINER VERLAG. 1995.  
ISBN 3-7274-3245-4

*К публикациям записей  
докладов Рудольфа Штайнера*

Собрание трудов Рудольфа Штайнера (1861-1925) состоит из трёх основных частей:

I. Книги – II. Доклады – III. Художественное наследие.

Относительно многочисленных докладов и курсов, как открытых, так и для членов Теософского, а позже Антропософского Общества, которые Рудольф Штайнер читал в период с 1900 по 1924 годы, первоначальным его желанием было, чтобы эти свободно сделанные доклады не закреплялись письменно, поскольку они задумывались как «устные, не предназначавшиеся для печати сообщения». Однако в связи с тем, что слушателями изготавливалось и распространялось всё больше неполноценных и избыточных ошибками записей, он посчитал своей обязанностью регулировать эти записи и доверил эту задачу Марии Штайнер-фон Сиверс. В её задачи входило определять стенографистов, распоряжаться записями и просматривать текст перед публикацией. Так как Рудольф Штайнер из-за отсутствия времени только в исключительных случаях мог сам корректировать записи, в отношении всех публикаций докладов необходимо иметь в виду его предостережение: «Нужно допускать, что в непросмотренных мной записях возможны ошибки».

Об отношении докладов для членов Общества, первоначально доступных лишь на правах рукописи, к своим открытым трудам Рудольф Штайнер высказался в автобиографии «Мой жизненный путь», глава 35. Сказанное там в равной степени относится к курсам по специальным областям, которые предназначались для ограниченного круга участников, с доверием относившихся к основам духовной науки.

После смерти Марии Штайнер (1867-1948) в соответствии с её указаниями начато издание Собрания трудов Рудольфа Штайнера. Предлагаемый том является частью этого Собрания. В примечаниях можно найти, при необходимости, более конкретные сведения о тексте.

# Содержание.

## I

### ДОКЛАДЫ О ЧЕТВЁРТОМ ИЗМЕРЕНИИ

Первый доклад, Берлин, 24 марта 1905 года . . . . . 17

Образ мышления математика и реальность. Измерения пространства. Переход от низших измерений к высшим посредством движения. Зеркальная симметрия. Соотношение внешнего мира и внутреннего восприятия. Аналогия кривизны отрезка с окружностью. Переход к реальности. Сравнение с печатью и сургучом. Четвёртое измерение как мыслительная возможность и реальность. Оскар Симон и оживление пространственного представления.

Второй доклад, Берлин, 31 марта 1905 года . . . . . 31

Рассмотрение четырёхмерного пространства по Хинтону. Отношение симметрии. Проплетение пространства реальными, наделёнными силами природными процессами. В качестве примера – движение Земли и Луны вокруг Солнца. – Создание измерений. Человек как четырёхмерное существо; на ранних стадиях развития он был трёхмерным. Астральный мир. Точка и окружность; противоположность точки, излучающей свет, и сферы, посылающей внутрь тьму. Куб и его противоположность. Возможность излучения как дополнительное измерение. Применение к квадрату и кубу.

Третий доклад, Берлин, 17 мая 1905 года . . . . . 41

Работа с четырёхмерным пространством – подготовка как к постижению астрального мира, так и высшего бытия вообще. Характерные свойства астрального мира: числа и пространственные образы читаются симметрично-зеркально, как и временные обстоятельства. Даже моральное является в некотором роде переворачиванием или отражением. Периферическое является центральным. – Человеческая жизнь как застой двух временных потоков: из прошлого и из будущего. Порог как астральное переживание панорамы будущего развития с вопросом: хочешь ли ты сюда? Проявление в камалок неочищенной животной

природы человека. Здесь заложен глубокий смысл в учении о странствовании души. – Физический и ментальный квадрат. Физический квадрат как застой двух пар противоположных потоков. Физический и ментальный куб. Положительные и отрицательные измерения. Астральный мир – четырёхмерный. Животное как застой противоположных потоков растения и человека.

Ответ на вопрос . . . . . 57

Шесть противоположных потоков в пространстве. Каждое направление оси несёт два потока противоположного рода.

Четвёртый доклад, Берлин, 24 мая 1905 года . . . . . 58

Упражнение по Хинтону для двумерного изображения трёхмерного образования. Развёртка и цветовое изображение трёх измерений куба. Изображение третьего измерения на плоскости посредством движения квадрата, окрашенного в два цвета, через некий третий цвет. Перенесение этого способа действия на изображение четырёхмерного образования – тессаракта. – Алхимическая тайна и истинное созерцание четырёхмерного пространства. Медитативное представление о ртути и сере. Астральная материя.

Пятый доклад, Берлин, 31 мая 1905 года . . . . . 71

Развёртка куба ведёт к новой аналогии для трёхмерного изображения четырёхмерного куба («тессаракта»). Аналогия как методическое средство для выработки одного представления о четырёхмерном образовании. Деление пополам граней октаэдра даёт тетраэдр. У куба это не происходит. – Геометрические свойства ромбододекаэдра в сравнении с кубом и тетраэдром/октаэдром. Куб как аналог трёхмерного пространства. Ограничение двумерных и трёхмерных фигур благодаря изогнутой конфигурации: изогнутый квадрат и изогнутый куб. Обычный куб как выравнивание изогнутого куба. Наоборот, четырёхмерная конфигурация может быть создана путём изгиба трёхмерного изображения (конфигурации).

Шестой доклад, Берлин, 7 июня 1905 года . . . . . 84

Проекция куба в виде шестиугольника. Проекция тессаракта в виде ромбододекаэдра. – Притча Платона о пещере как образ отношения четырёхмерной реальности и трёхмерного пространства. Движение и время как проявление

оживлённости, четвёртого измерения. Плоское ограничение у кристаллов и выпукло-сферическое ограничение у живых существ. Уничтожение четвёртого измерения у живого существа ведёт к трёхмерному жёсткому слепку. Пятое измерение как результат встречи четырёхмерных существ; оно появляется в третьем измерении как ощущение. Самосознание есть проекция шестого измерения в трёхмерный физический мир. – Переживание Моисея на Синае как пример реального четырёхмерного существа с двумя обычными измерениями, а также с двумя более высокими измерениями времени и ощущения. Развитие духовных способностей путём интенсивного рассмотрения изложенных аналогий.

## ЧЕТЫРЁХМЕРНОЕ ПРОСТРАНСТВО

Берлин, 7 ноября 1905 года . . . . . 100

Создание измерений посредством движения. Переход окружности в прямую линию. Значение новой синтетической проективной геометрии для соответствующего созерцания пространства. Пространство замкнуто в себе. Соединение бумажных полос как пример соединения измерений. В реальности так же соединены движения Луны и Земли вокруг Солнца. Оживление созерцания пространства. – Развёртка куба на плоскости, тессаракта – в трёхмерном пространстве. Проекция куба в виде шестиугольника и тессаракта в виде ромбододекаэдра. Переход к реальности. Время, движение, развитие как выражение четвёртого измерения (растение). Если само время становится живым, то возникает ощущение – проявление пятого измерения (животное). Человек есть шестимерное существо.

## О МНОГОМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Берлин, 22 октября 1908 года . . . . . 111

Математик может рассматривать лишь возможность многомерного пространства. Три измерения: длина, ширина и высота куба. Что такое плоскость? Математический переход к более высоким измерениям не ведёт к реальности. Числовое постижение пространства ведёт к путанице. Пример бесконечности. Числа не имеют никакого отношения к пространству, они относятся к нему нейтрально. Неоднократное исчезновение и появление чего-либо наблюдаемого есть указание на существование четвёртого измерения. Опровержение материалистического возраже-

ния. Развёртка границ квадрата и куба. Развёртка восьми пограничных кубов тессаракта.

## II

### Ответы на вопросы 1904 – 1922 гг.

- Берлин, 1 ноября 1904 года . . . . . 125  
Уведомление по поводу докладов о четвёртом измерении.
- Штутгарт, 2 сентября 1906 года . . . . . 126  
Окультизмное обучение – это работа над астральным и эфирным телами. Астральный мир – четырёхмерен. Живое обнаруживает своё четвёртое измерение благодаря росту. Сравнение с кругом, развёртывающимся в прямую линию. Астральное пространство замкнуто в себе.
- Нюрнберг, 28 июня 1908 года . . . . . 128  
Неограниченность астрального пространства в противоположность физическому пространству. Оно ведёт себя как замкнутая в себе (проективная) прямая. Наглядное представление окружности, расширяющейся до прямой линии.
- Дюссельдорф, 21 апреля 1909 года . . . . . 130  
Окультизмное подразумеваемое пространство. Иерархии и Троица в их связи с пространством. – Время как итог взаимодействия низших и высших существ. – Пространство есть нечто созданное даже для Иерархий. Пространство – продукт Троицы.
- Дюссельдорф, 22 апреля 1909 года . . . . . 132  
Знакомство с основными геометрическими понятиями пробуждает ясновидческие способности. (Проективная) заключённая в себе прямая как пример астральных отношений.
- Берлин, 2 ноября 1910 года . . . . . 133  
Растение, животное и человек как четырёх-, пяти-, и соответственно шестимерные существа.
- Базель, 1 октября 1911 года . . . . . 134  
Свет имеет внутреннюю жизнь в качестве четвёртого измерения.
- Мюнхен, 25 ноября 1912 года . . . . . 135  
Вопрос о реальности высших измерений. Математик может теоретически создать себе об этом представления. В

действительности высшая реальность многомерна. Но, чтобы справиться с этим, необходимо овладеть более высоким уровнем математики. Важными являются вещи из граничных областей математики. Как пример – проективная прямая. Но переоценивать математику не следует.

Берлин, 13 февраля 1913 года . . . . . 138

Окультурное значение золотого сечения.

Берлин, 27 ноября 1913 года . . . . . 139

В жизни после смерти приходят совсем в другие пространственные и временные отношения. Там к области внутреннего переживания принадлежит скорость, а не время. Время зависит от внутренних процессов развития.

Штутгарт, 1919 год . . . . . 141

Письменный ответ на вопрос по математике.

Штутгарт, 7 марта 1920 года . . . . . 142

Скорость света и распространение света. Механические методы измерения неприменимы к свету. Распространение света не теряется в бесконечности, а подчиняется закону упругости. Проблема теории относительности Эйнштейна с точки зрения духовной науки. – В механике время не реально, но абстрактно – реально только скорость. Обсуждение формулы скорости. Продолжительность жизни и величина организма не являются относительными или произвольными. Теории относительности должна быть противопоставлена теория абсолютности полных систем.

Штутгарт, 7 марта 1920 года . . . . . 152

По теории Эйнштейна энергии, накопленные в массе, можно использовать технически, если их смогут укротить.

Формула Эйнштейна  $E = mc^2$  есть род потенциальной энергии. Проблема абсолютизации вычислительных способов действия. Имманентное время всеобщей системы.

Штутгарт, 11 марта 1920 года . . . . . 155

Положительные и отрицательные числа как реальность: весома и невесома материя. Символизация цветового спектра. Положительные числа: физическая реальность; отрицательные числа: непространственная, эфирная реальность; мнимые числа: астральная область; сверхмнимые числа: истинная сущность «Я». Должны быть включены делители нуля. Человек как состояние равновесия между сверхчувственным и подчувственным. Системы счисления на изогнутых поверхностях. Понятие только расчётного в

математике. Отрицательные и мнимые числа тоже должны мыслиться без помощи геометрии.

Штутгарт, 11 марта 1920 года . . . . . 163

Геометрически-математические области являются промежуточными состояниями между прообразом и отображением. Внутренне подвижное восприятие геометрии: текущая геометрия. Высшие измерения. Человек как отображение духовного мира. Цветовая перспектива. Расширение текучей геометрии через фактор интенсивности с помощью цвета. Стереоскопическое видение как равновесное взаимодействие левого и правого глаз. Живое видение как динамический центр асимметричных органов.

Дорнах, 30 марта 1920 года . . . . . 171

Феноменология как систематизирование феноменов. Отношение аксиомы и геометрических связей в сравнении с отношением прафеномена и производных феноменов. Необходимое разъяснение понятия опыта. Открытие неевклидовой геометрии разъясняет, что математические законы так же, как и феноменологическое суждение, нуждаются в эмпирической проверке в реальности.

Дорнах, 31 марта 1920 года . . . . . 174

Распространение математики. Истинная феноменология имеет дело с существом. Механистическое стремление к овладению знанием исключает существо. Господство стремления к овладению знанием привело ко многим техническим достижениям за счёт подлинного прогресса познания в смысле человеческого познания. Учение Гёте о цвете. Расширение способа рассмотрения требует и расширения математической области. Эфир нельзя мыслить материально. Входя в эфирную область, в математические формулы необходимо вводить отрицательные величины. Если хочешь выйти за пределы жизненной области, необходимо ввести мнимые величины. Это вывело бы из беды современности – только технически управлять природой.

Дорнах, 15 октября 1920 года . . . . . 184

Ошибочное пренебрежение третьим законом Коперника. В действительности Солнце движется по поступательной винтовой линии. Земля и остальные планеты движутся вслед за ним. Естествознание должно включить в себя человека, иначе оно не соответствует реальности. Через теорию относительности приходят к абстракциям. Пространство и время – абстракции, реальна только скорость. – Третий закон Коперника и корректуры Бесселя. Математическое мышление без чувства реальности ведёт к ирреаль-

ному. В теории множеств само число снимается. Благодаря этому плавают в абстракциях. – Освальд Шпенглер и «Закат Европы»: мужественно и в соответствии с действительностью построенные понятия и, однако, не соответствующие выводы. У Германа Кейзерлинга присутствует только выжатая словесная шелуха.

Штутгарт, 15 января 1921 года . . . . . 198

Изучение феноменов как фундамент расширения антропософии. Математические формулы должны проверяться действительностью. Учение о теплоте. Теория Эйнштейна базируется на мысленных экспериментах. Положительные и отрицательные знаки для проводящей и излучающей теплоты. К этому надо добавить радиальное и периферическое направление действия. Антропософский взгляд не предшествует феноменам, а закономерно выявляется из них. В будущем нам необходимо возрастание истинной научности.

Дорнах, 7 апреля 1921 года . . . . . 201

В математике с измерениями пространства обращаются одинаково – их можно менять местами. Необходимо различение безграничности и бесконечности (Риман). Виды понятий метагеометрии (неевклидовой геометрии), Гаусс. Математическое пространство абстрактно: это относится как к евклидовому пространству, так и к пространству Римана или другой геометрии. Точка зрения Канта на пространство, поколеблена благодаря математике. В выводах современной метагеометрии таится окружность. – Для соответствующего реальности понимания пространства надо исходить из человеческого опыта. Выработка измерения глубины. Его нельзя поменять местами с каким-либо другим измерением. Имагинация приводит к двумерному, инспирация – к одномерному представлению. В реальном пространстве измерения взаимно незаменимы; на различных направлениях существует разная интенсивность. Неподвижное пространство абстрагировано из реального пространства. Теория относительности логична, но далека от действительности.

Дорнах, 26 августа 1921 года . . . . . 212

Краткий набросок результатов духовно-научных исследований относительно спирального движения Земли и Солнца. Выводы большинства систем мира односторонни. Они следуют из одной совершенно определённой точки зрения. Солнце движется по спиральной траектории, а Земля движется за ним. На самом деле меняется только направление взгляда Земля-Солнце. Все остальные движения

гораздо сложнее. Третье коперниково движение и пренебрежение им.

Гаага, 12 апреля 1922 года . . . . . 216

Абстрактное продолжение координатной системы ведёт к четырёх-, пяти- и, наконец,  $n$ -мерному пространству. Хинтон и тессаракт. Время как четвёртое измерение лежит в основе абстрактного понимания пространства. Четвёртое измерение в действительности уничтожает третье и остаются только два измерения. Точно так же и с пятым измерением возвращаются к первому измерению: четвёртое и пятое измерения уничтожают третье и второе измерения. – Для объяснения формы цветка точку начала координат надо брать в бесконечной сфере и центрированно идти внутрь. Когда приходишь в эфирное, получаешь скользящие и скребущие движения. – Гипербола в качестве примера. Благодаря синтетической геометрии постепенно приходишь к конкретному и соответствующему действительности изложению пространства.

Теория относительности Эйнштейна абсолютно верна для трёхмерного наглядного пространства и там неопровержима. Только при переходе в эфирную область дело обстоит иначе. Эфирное тело живёт в полном пространстве. При внутреннем созерцании приходишь к абсолютности. В теории относительности всё оценивается, исходя из месторасположения зрителя. Здесь её нельзя опровергать. Только когда приходишь в духовное, законность теории относительности заканчивается, ибо там заканчивается и граница между объектом и субъектом.

Для познания физического тела как пространственного тела и тела образующих сил как временного тела надо различать понятия пространства и времени. Чаще всего время измеряется только в пространственных величинах. Этого не происходит при истинном переживании времени, наступающем при имажинативном созерцании. В определённый момент человеческой жизни душевная жизнь получает временное поперечное сечение; в нём находится всё земное прошлое человека. Перспектива, зависящая от душевной жизни. Понятия «позже» и «раньше» связаны органически, не внешним образом, как при пространственном отношении. Благоговейно сложенные руки в юности превращаются в благословляющие руки в старости. Временной организм полностью раскрывается только в имажинации; но можно получить о нём представление, если изучаешь хронологические последовательности в душевной жизни. – Оствальд говорит: органические процессы не обратимы, как механические. У человека действительно ре-

ально временное, в то время как у механизма временное есть лишь функция пространства.

Реальное время не является четвёртым измерением, как у континуума Эйнштейна. Временной мир в действительности – это мир некой временной плоскости, он двумерен. Аналог в проективной геометрии: граничная плоскость трёхмерного пространства. По ту сторону граничная плоскость переходит в то, что становится в имажинативном мире созерцанием. Другой аналог для имажинативного мира: цветовая перспектива. – Два измерения становятся реальностью в имажинативном мире, одно – в инспиративном; интуитивный мир – точечный. Однако, это нельзя относить к евклидову пространству.

Дорнах, 29 декабря 1922 года . . . . . 231

Математика как продукт человеческого духа. С ней трудно улавливать действительность. Переход сферы в проективную плоскость. Конкретная постановка задачи для математика – исходя из математических представлений, улавливать реальность: математическое понимание пространств осознания и зрения путём составления дифференциальных уравнений, которые должны интегрироваться по методу Лагранжа. Для осязательного и зрительного пространств переменные получают положительные или отрицательные знаки. Разность интегралов приближается к нулю. Путём дальнейших вычислений получают акустические уравнения. Надо учиться при вычислении оставаться в конкретной действительности.

\*

## Примечания

К данному изданию . . . . .	236
Основа текста . . . . .	237
Перечень прежних публикаций . . . . .	238
Примечания к докладам . . . . .	240
Примечания к ответам на вопросы . . . . .	263

Библиография (на языке источника перевода) . . . .	300
Регистр имён . . . . .	311
Рудольф Штайнер о конспектировании докладов . .	312
Обзор собрания трудов (GA) Рудольфа Штайнера . .	314

I

## Доклады о четвёртом измерении



# Первый доклад

Берлин, 24 марта 1905 г.

Возможно, вы и разочаруетесь по поводу того, что услышите сейчас, но я хочу предупредить вас, что сегодня я буду говорить [о четвёртом измерении] совсем элементарные вещи. Кто хочет глубже вникнуть в этот вопрос, должен подробно познакомиться с высшими понятиями математики. Я хочу дать вам некоторые совсем элементарные и общие понятия. Надо различать между возможностью мыслить в четырёхмерном пространстве и действительностью. Кто в состоянии осуществлять там наблюдения, имеет дело с некой реальностью, далеко выходящей за пределы знакомой нам чувственной реальности. Когда приступаешь к этому, надо совершать мыслительные преобразования. Вы должны заставить вещи немножко войти в математику, освоиться со способом мышления математика.

Должно стать ясно, что математик не сделает ни одного шага, не отдавая себе отчёт в том, что получится у него в итоге. Но, занимаясь математикой, мы должны также заметить, что даже математик не может продвинуться ни на шаг [в реальность], что он не может делать никаких заключений [которые выходят за пределы чисто логически возможного]. Речь идёт прежде всего о простых вещах, которые однако становятся сложнее, когда хочешь подойти к понятию четвёртого измерения. Нам необходимо прояснить, что же мы понимаем под измерениями. Лучше всего это проясняется, когда проверяют размерность различных пространственных построений. Это приводит к рассуждениям, к которым такие великие математики, как Бойаи, Гаусс и Риман<sup>1</sup>, приступили только в XIX столетии.

Точка — это простейший пространственный пример. Она совсем не имеет измерения; её надо мыслить. Она есть фиксация некоего измерения в пространстве. Она не имеет никакого размера. Первым измерением является линия. Прямая линия имеет одно измерение — длину. Когда мы передвигаем саму линию, не имеющую никакой толщины, мы выходим из одного измерения, и линия превращается в плоскость. Плоскость имеет два измерения — длину и ширину. Передвигая плоскость, мы выходим из этих двух измерений и получаем тело. Оно имеет три измерения: высоту, ширину и глубину (рис. 1).

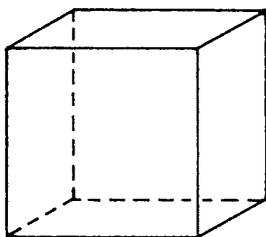


Рис. 1

Когда вы передвигаете само тело, когда [например] поворачиваете куб в пространстве, вы снова получаете только пространственное тело. Вы можете передвигать [трёхмерное] пространство, не выходя из себя.

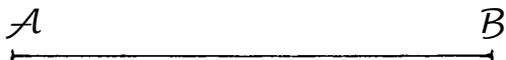


Рис. 2

Кроме того, мы должны обратиться к нескольким другим понятиям. Рассматривая прямую линию, вы видите, что она имеет две границы — две конечные точки A и B (рис. 2).

Представим себе, что  $A$  и  $B$  должны совместиться друг с другом. Если они должны совместиться, мы, конечно же, должны изогнуть прямую линию. Что произойдёт? Вы знаете, что невозможно оставаться в [одномерной] прямой линии, если хотите, чтобы  $A$  и  $B$  совпали. Для соединения точек  $A$  и  $B$ , мы должны выйти из самой прямой линии, то есть из первого измерения мы должны перейти во второе измерение — в плоскость. Таким образом, когда конечные точки прямой совмещаются, из прямой линии возникает [одна замкнутая кривая, то есть в простейшем случае] окружность (рис. 3).

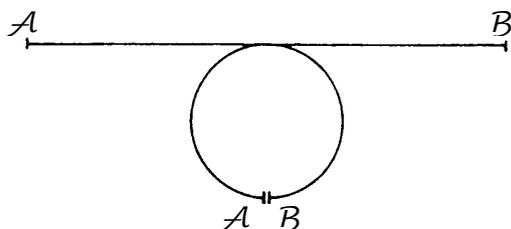


Рис. 3

Значит, в первом измерении оставаться нельзя, из него необходимо выйти. Только так возникает окружность. Ту же операцию мы можем проделать с [прямоугольной] плоскостью. Однако, это произойдёт только в том случае, если вы не останетесь в двух измерениях. Вы должны войти в третье измерение и тогда из плоскости получится труба, цилиндр. Эта операция происходит точно так, как и предыдущая, когда мы пришли к плоскости, соединив две точки, и при этом вышли из первого измерения. Здесь [у плоскости], чтобы совместить две границы плоскости, мы должны перейти в третье измерение (рис. 4).

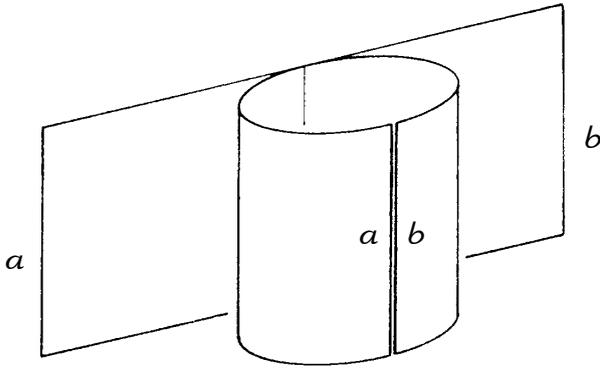


Рис. 4

Есть ли возможность подобную операцию осуществить с пространственным образованием, которое само уже имеет три измерения? Имея два конгруэнтных куба, вы можете один куб вдвинуть в другой. [Теперь представьте себе два конгруэнтных куба в качестве границ трёхмерного призматического тела.] Если вы попытаетесь один из кубов, одна сторона которого окрашена в красный цвет [а противоположная — в синий], привести к совпадению с другим кубом, который [геометрически] абсолютно равен первому, но у него переставлены красный и синий цвета, то вы не сможете добиться совмещения иначе, как повернув куб (рис. 5).

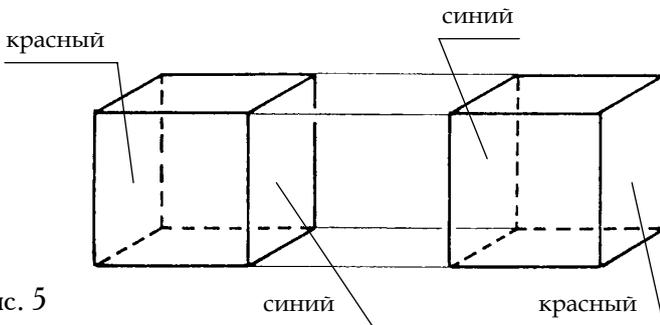


Рис. 5

Рассмотрим другой пространственный образ. Если вы возьмёте перчатку для левой руки, то натянуть её на правую руку вы не сможете. Но если, сблизив обе [зеркально-симметричные] перчатки, вы их рассматриваете как прямую линию с конечными точками  $A$  и  $B$ , то получаете нечто, составляющее единое целое. В таком случае речь идёт о едином образовании с одной границей [то есть с одной плоскостью симметрии] в середине. Совершенно аналогично это происходит и с двумя симметричными половинами наружного покрова человека<sup>2</sup>.

Как же мы можем привести к совмещению два [зеркально-симметричных] образования? Если только выйдем за пределы третьего измерения, как прежде выходили за пределы первого и второго. На самом деле мы сможем правую или левую перчатку вывернуть наизнанку для левой или соответственно для правой руки, если пройдем через четырёхмерное пространство<sup>3</sup>.

[При построении третьего измерения (измерения глубины) пространства зрительного восприятия] мы приводим изображение, полученное правым глазом, к совмещению с изображением, полученным левым глазом, накладываем на него<sup>4</sup>.

Рассмотрим теперь пример Цёлльнера<sup>5</sup> (Zöllner). Здесь мы имеем окружность и за её пределами одну точку  $P$ . Как можно поместить точку  $P$  [в круг], не пересекая окружность? Это невозможно, если мы остаёмся в пределах плоскости. Как из второго измерения можно перейти в третье, перейдя от квадрата к кубу, так и здесь мы должны выйти из второго измерения. Теперь нет никакой возможности войти [внутрь] шара, не [пронзая поверхность шара или] не выходя за пределы третьего измерения<sup>6</sup>.

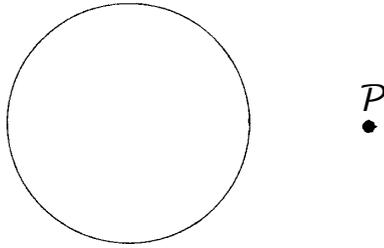


Рис. 6

Это те мыслительные возможности, которые, конечно же, имеют практическое значение для теории познания, [особенно для проблемы объективности содержания восприятия]. Если мы уяснили себе, как, собственно говоря, воспринимают, то приходим к следующему представлению. Прежде всего, спросим себя: как с помощью чувств мы получаем сведения о телах? Мы видим цвет. Без глаз мы бы его не восприняли. Физик в таком случае скажет: „Тут во внешнем пространстве нет того, что называют цветом, но только чисто пространственные формы движения; они проникают через наш глаз, захватываются зрительным нервом, продвигаются к головному мозгу, и там возникает, например, красный цвет”. Теперь можно спросить себя: существует ли красный цвет и тогда, когда здесь нет никакого восприятия?

Без глаза невозможно воспринять красный цвет. Нельзя воспринять звон колокола без уха. Все наши восприятия зависят от того, что благодаря нашему физически-душевному аппарату преобразуются формы движения. Но дело усложняется ещё больше, когда мы себя спрашиваем: где же всё-таки существует красный цвет, это своеобразное свойство? Является ли он колебательным процессом? Снаружи есть процесс

движения, и он продолжается внутрь глаза и самого мозга. Колебательные процессы [и нервные] процессы происходят повсюду, но нигде нет красного цвета. Даже если вы исследуете глаз, вы нигде не обнаружите красный цвет. Снаружи его нет, но и в мозгу его нет. Красный цвет мы получаем только тогда, когда противопоставляем сами себе как субъекту эти процессы движения. Так значит, мы вообще не имеем никакой возможности говорить о том, как красный цвет идёт навстречу глазу, а нота до диез — навстречу уху?

Спрашивается: что это за внутреннее [представление] и где оно возникает? В философской литературе XIX столетия вы обнаружите, что этот вопрос пронизывает всё. Прежде всего, Шопенгауэр<sup>7</sup> выдвинул следующее определение: мир есть наше представление. — Тогда что же ещё остаётся за внешним телом? [Так как цветное представление может «создаваться» через движение, то и] движение в нашем внутреннем возникает благодаря чему-то, что по сути неподвижно. Посмотрим для этого двенадцать снимков, изображающих движущуюся лошадь, на [внутренней стороне] поверхности [цилиндра, снабжённого в промежутках двенадцатью тонкими щелями. Если мы на вращающийся цилиндр смотрим сбоку,] то получаем впечатление, что это одна и та же лошадь, но она только передвигает ноги.<sup>8</sup> Таким образом, даже [впечатление о] движении может возникать благодаря нашей [телесной организации], хотя нечто не движется вообще. Так мы приходим к некоторому полному решению того, что мы называем движением.

Но чем в таком случае является материя? Если вы лишите материю цветового сияния, движения, [формы и так далее, то есть того, что посредничает через чувственное восприятие], то больше ничего не останется. Если в нашем внутреннем мы должны всё-таки искать [вторичные, то есть «субъектив-

ные»] восприятия [цвета, тона, тепла, вкуса, обоняния, вызванные в индивидуальном сознании внешними мировыми процессами], то мы должны перенести в своё внутреннее и [первичные, то есть «объективные» восприятия, форму и движение], и с этим внешний мир исчезает полностью. Но отсюда проистекают большие трудности [для теории познания].<sup>9</sup>

Допустим, что снаружи всё существует. Как в таком случае входят в нас свойства объекта? Где же точка [, в которой внешнее переходит во внутреннее]? Если мы втянем все чувственно воспринимаемые содержания, то никакого «снаружи» уже не будет. Так теория познания перемещается в положение Мюнхаузена, который хочет свободно вытащить себя вверх за собственный пучок волос.<sup>10</sup> Однако, мы можем прийти к [объяснению] восприятий внутри лишь тогда, когда мы принимаем, что некое «снаружи» есть. Как в наше внутреннее может войти что-либо снаружи и выступить в качестве нашего представления?

Мы должны поставить вопрос ещё иначе. Вначале рассмотрим несколько аналогий. У вас не будет возможности найти отношение [между внешним миром и внутренним восприятием], если вы не придёте к следующему. Вернёмся к рассмотрению прямой линии с конечными точками *A* и *B*. Чтобы привести конечные точки к совмещению (рис. 7), мы должны выйти из первого измерения.

Теперь представьте себе левую конечную точку *A* [этой прямой линии] соприкасающейся с правой конечной точкой *B* так, что внизу они соприкасаются таким образом, что мы даже в состоянии [через совпадающие точки] возвратиться к исходной точке. Если линия маленькая, то и соответствующая окружность маленькая. Когда я превращаю [прежде всего, данную] линию в окружность, и потом превращаю в ок-

ружности линии всё большей длины, тогда точка, в которой встречаются конечные точки, удаляется всё дальше от [исходной] линии и доходит до бесконечного удаления. Линии ок-

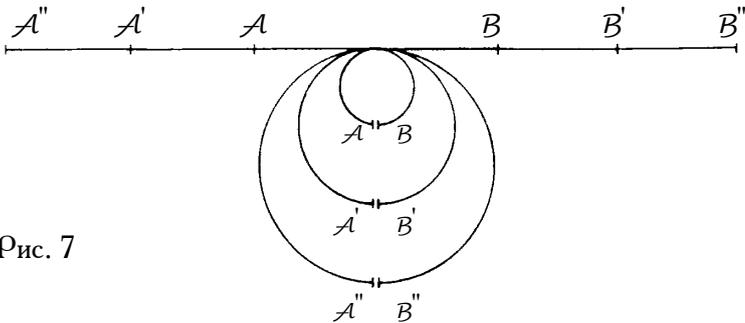


Рис. 7

ружностей, [становящихся наиболее обширными], имеют свою конечную точку только в бесконечном удалении. Искривление при этом становится всё слабее, и, в конце концов, обычным глазом мы не сможем отличить линию окружности от прямой линии (рис. 8).

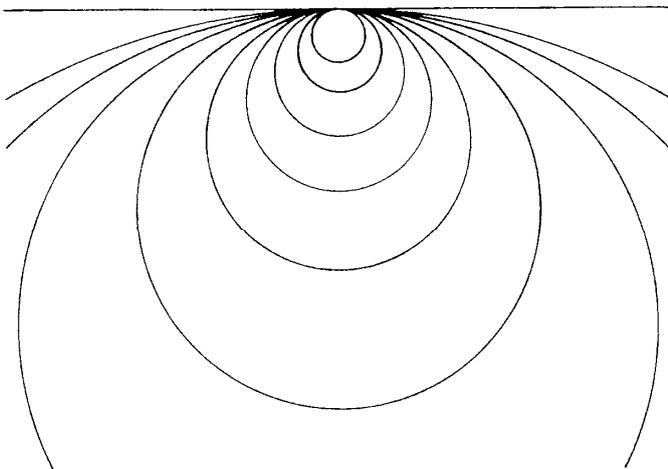


Рис. 8

Поэтому и Земля в определённой мере кажется нам прямой [плоской], когда мы идём по ней, хотя она и круглая. Когда мы представляем себе, что обе половины прямой линии растянуты до бесконечности, окружность действительно совпадает с прямой линией.<sup>11</sup> При этом прямую линию можно понимать как окружность, диаметр которой является бесконечным. Следовательно, теперь мы можем представить, что, проходя по прямой линии и притом не покидая её, мы [вновь] возвращаемся с другой стороны из бесконечности. Но при этом мы должны пройти через бесконечность.

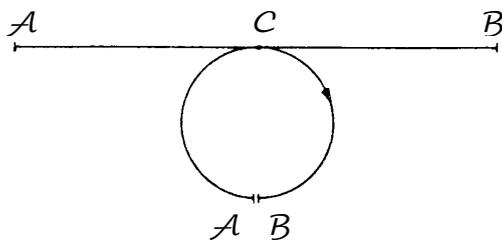


Рис. 9

Теперь представьте вместо [геометрической] линии нечто, являющееся реальностью, соединяющееся с некой реальностью. Представим, что с прохождением точки  $C$  [на периферии круга] наступает некое похолодание, и что точка  $C$  становится всё холоднее и холоднее, чем дальше она удаляется [от своего исходного пункта] (рис. 9). Оставим пока точку на линии окружности, и, в то время как она становится всё холоднее, достигаем нижней границы  $A, B$ . Когда она возвращается по другой стороне, температура снова возрастает. Итак, на обратном пути наступает состояние, противоположное состоянию на предшествующем пути. Нагревание возрастает, пока температура у точки  $C$  снова не достигнет той, из которой мы исходили. Как бы окружность ни расширялась, это всегда тот же процесс: некое утеkanie тепла и его притеkanie. Представим это для [бесконечно продлённой прямой] линии: в то вре-

мя как температура [на одной стороне всё больше] уменьшается, на другой стороне она может возрастая. Мы имеем здесь некое состояние, которое утрачивается на одной стороне, в то время как на другой стороне вновь воссоздаётся.

Так мы вводим в мир жизнь и движение и питаем себя тем, что в высшем смысле можем называть «пониманием мира». Мы имеем здесь два состояния, которые обуславливают себя и зависят друг от друга. Однако, для всего, что вы можете наблюдать [чувственно], процесс уходящий, скажем, направо, не имеет никакого отношения к тому, который возвращается слева, и всё же они взаимно обуславливаются.<sup>12</sup>

Теперь сравним тела внешнего мира с состоянием охлаждения и в противоположность этому наше внутреннее восприятие — с состоянием нагревания. [Хотя внешний мир и внутреннее восприятие совместно не имеют ничего непосредственно чувственно воспринимаемого], друг к другу они находятся в некотором отношении, взаимообуславливаются [аналогично тому, как обуславливаются выше охарактеризованные процессы]. Отсюда проистекает связь внешнего мира [с нашим внутренним миром], которую мы можем подкрепить с помощью образа — [через отношение] печати и сургуча. Печать оставляет точный оттиск, точную передачу печати на сургуче, не оставляя на сургуче печать [и без того, чтобы нечто материальное от этой печати перешло на сургуч]. Следовательно, на сургуче остаётся точное воспроизведение печати. Это полностью соответствует и происходящему при связи внешнего мира и внутренних восприятий. [Переносится] только суть. Одна [форма] состояния обуславливает другую, причём опять-таки не переходит ничего [материального].<sup>13</sup>

Если мы представим себе, что так обстоит дело со [связью между] внешним миром и нашими впечатлениями, то придём к следующему. [Геометрические] зеркальные образы в про-

странстве ведут себя так же, как и перчатки левой и правой рук. [Чтобы непрерывно и непосредственно устанавливать их отношение друг с другом], мы должны обратиться к помощи нового измерения пространства. [Итак, если внешний мир и внутреннее впечатление ведут себя подобно геометрическим зеркальным образам, то в силу этого они могут быть также непосредственно соединены друг с другом только через следующее измерение.] Следовательно, чтобы установить теперь связь между внешним миром и внутренними впечатлениями, мы должны идти через четвертое измерение и при этом пребывать в некоем третьем элементе. Мы можем искать общее [внешнего мира и внутренних впечатлений] только там, где мы [с ними] едины. [Эти зеркальные образы можно представить] плавающими в едином море, в пределах которого мы можем эти зеркальные образы совмещать. И таким образом мы приходим [сначала чисто мыслительно] к чему-то, что обходит трёхмерное пространство и всё же имеет реальность. Итак, мы приводим наши пространственные представления к жизни — они оживают.

Оскар Симоли<sup>14</sup> пытался изобразить эти живые пространственные образы с помощью моделей. Как мы видели, от рассмотрения нуль-мерного пространства [постепенно] приходишь к возможности представить себе четырёхмерное пространство. [На основании рассмотрения зеркально симметричных тел, то есть с помощью] отношений симметрии, мы [легче всего] можем познавать это пространство. [Другой способ изучать особенности эмпирического трёхмерного пространства по отношению к четырёхмерному пространству предлагает завязывание узлом кривых и лент.] Что же понимают под отношениями симметрии? Вследствие того, что мы связываем друг с другом пространственные образования, мы вызываем определённые сложности. [Эти сложности являют-

ся особенностями трёхмерного пространства; они не имеют места в четырёхмерных пространствах.<sup>15]</sup>

Давайте совершим несколько практических мыслительных упражнений. Если мы разрежем посередине (по оси ленты; прим. перевод.) одно ленточное кольцо, то получим два таких кольца. Если же мы соответственно разрежем ленту, концы которой перекручены на  $180^\circ$  и потом склеены, то получим одно единственное перекрученное кольцо, которое не распадается. Если мы перекрутим концы ленты до склеивания на  $360^\circ$ , то при разрезании окажутся два переплетённых кольца. Если, наконец, мы перекрутим концы ленты на  $720^\circ$ , то посредством того же процесса получится узел.<sup>16</sup>

Кто размышляет о природных процессах, знает, что в природе такие витки имеют место; [в действительности] такие переплетённые пространственные образования снабжены силами. Возьмите, например, движение Земли вокруг Солнца и потом движение Луны вокруг Земли. Можно сказать, что Луна описывает вокруг Земли окружность, однако [если посмотреть точнее] — это линия, которая вновь обвита [вокруг окружности, окружности орбиты Земли], то есть винтовая линия вокруг линии окружности. И затем мы имеем Солнце, которое так сильно спешит через мировое пространство, что Луна совершает вокруг него ещё одно [дополнительное] винтовое движение. Итак, силовые линии, распростёртые в пространстве, очень сложны. Мы должны представлять себе, что можем иметь дело со сложными пространственными понятиями, которые мы постигаем только в том случае, когда не позволяем им быть застывшими, а имеем их пластичными.

Представим себе сказанное ещё раз: нулевое измерение есть точка, одномерное — линия, двумерное — плоскость, и трёхмерное — тело. Как ведут себя по отношению друг к другу эти пространственные понятия?

Вообразите себя существом, которое может двигаться вообще только вдоль прямой линии. Как должны рождаться пространственные представления у таких существ, которые сами одномерны? Они не воспринимали бы свою одномерность, а представляли бы себя точками. Ибо на прямой линии, если мы захотим на ней что-либо показать, есть только точки. Двумерное существо могло бы встретить линии, следовательно различать одномерных существ. Трёхмерное существо, например куб, восприняло бы двумерных существ. Человек же может воспринимать три измерения. Если мы делаем правильный вывод, то должны сказать: как одномерное существо может воспринимать только точки, как двумерное существо может воспринимать только одно измерение, а трёхмерно существо — только два измерения, так существо, воспринимающее три измерения, может быть только четырёхмерным существом. Вследствие того, что человек может очерчивать внешнее существо по трём измерениям, [может обращаться] с пространствами из трёх измерений, он должен быть четырёхмерным.<sup>17</sup> И так же, как куб может воспринимать только два измерения, но не своё третье, так и человек, живущий в четвёртом измерении, не может его воспринимать.

## Второй доклад

Берлин, 31 марта 1905 г.

Сегодня я буду говорить, [в частности, присоединяясь к] остроумному Хинтону<sup>18</sup> (Hinton), кое-что важное о представлении многомерного пространства.

Вы помните, как [в последний раз] мы подошли от рассмотрения нулевого измерения к представлению многомерного пространства. Я ещё раз коротко повторю представления, в соответствии с которыми мы можем прийти от двумерного пространства к трёхмерному.

Что следует понимать под отношением симметрии? Как я привожу к совмещению красную и синюю [плоские фигуры, являющиеся зеркальными образами друг относительно друга]?

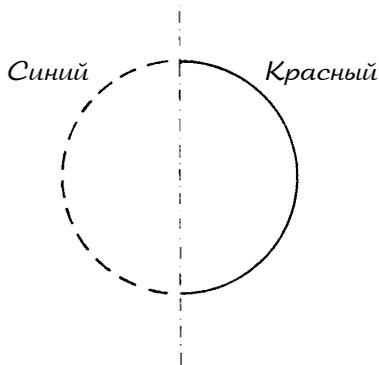


Рис. 10

Я могу относительно легко сделать это для двух половинок круга, вдвигая красную [половину] круга в синюю (рис. 10).

У следующей [зеркально]симметричной фигуры это удаётся не так легко (рис. 11). Я не могу совместить красную и синюю

части [внутри плоскости], каким бы способом я ни пытался  
вдвигать красное в синее.

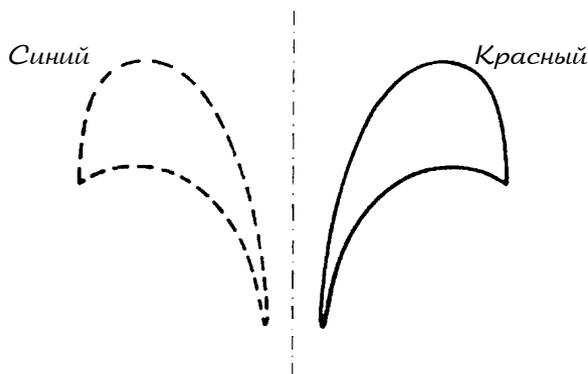


Рис. 11

Но [несмотря на это] есть способ [достичь этого]: если  
выйдешь из доски, то есть из второго измерения, [и обра-  
тишься к помощи третьего измерения; другими словами, если]  
синюю фигуру положишь на красную, [повернув её вокруг оси  
симметрии через пространство].

Точно так же обстоит дело с парой перчаток: я не в состоя-  
нии совместить одну с другой, не выходя из [трёхмерного]  
пространства. Необходимо пройти через четвёртое измерение.

В последний раз я сказал, что, [если хочешь выработать  
представление о четвёртом измерении, то связи в] простран-  
стве надо делать текучими, чтобы благодаря этому осущест-  
вить отношения, подобные получаемым при переходе из вто-  
рого измерения в третье. На последнем занятии мы создали  
из бумажных полос пространственные структуры, которые  
переплелись друг с другом. Такие переплетения вызывают  
определённые сложности. И это не пустяки — такие перепле-

тения то и дело случаются в природе. Материальные тела перемещаются в таких переплетённых пространственных образованиях. Эти движения наделены силами, так что силы тоже взаимно переплетаются. Возьмите движение Земли вокруг Солнца, и затем движение Луны вокруг Земли. Луна пробегает один круг, который обвивает траекторию Земли вокруг Солнца. Таким образом, она описывает одну винтовую линию вокруг окружности. Вследствие движения Солнца Луна продолжает винтовую линию вокруг этого движения. Так получаются очень сложные силовые линии, простирающиеся сквозь всё пространство.

Небесные тела относятся друг к другу так, как переплетённые бумажные полосы [Симони, которые мы рассматривали в последний раз]. Мы должны представлять себе, что имеем дело со сложными пространственными понятиями, которые мы постигнем лишь тогда, когда не позволим им быть застывшими. Если мы хотим постичь пространство [в его бытии, то должны] постоянно делать его текучим, [хоть вначале мы и воспринимаем его застывшим. Надо лишь только идти] до нуля — там можно [обнаружить живую] точку.

Представим себе ещё раз [построение измерений]. Точка имеет нулевое измерение, линия — одномерна, плоскость — двумерна и тело — трёхмерно. Так куб имеет три измерения: высоту, ширину и глубину. Как же относятся друг к другу пространственные построения [различных измерений]? Представьте себе, что вы являетесь прямой линией и имеете только одно измерение, вы можете двигаться только вдоль прямой линии. Если бы были даны такие существа, то какое пространственное представление должно быть у таких существ? Такие существа не воспринимали бы свою одномерность, но они повсюду могли бы представлять себе только точки, в которые они действительно проникают. Ибо на прямой линии,

если мы хотим на ней что-то начертить, есть только точки. Двумерное существо встретило бы только линии, следовательно, восприняло бы только одномерных существ. [Трёхмерное существо, подобное] кубу, восприняло бы двумерных существ, но не смогло бы воспринять свои [собственные] три измерения.

Человек же может воспринимать свои три измерения. Если мы правильно делаем вывод, то должны сказать: как одномерное существо может воспринимать только точки, двумерное существо — только прямые линии, и трёхмерное существо — только плоскости, так само существо, воспринимающее три измерения, должно быть четырёхмерным существом. Вследствие того, что человек может очерчивать внешних существ по трём измерениям, [может обращаться] с пространствами из трёх измерений, он должен быть четырёхмерным. И как куб мог бы воспринимать только два измерения и не воспринимал бы своё третье, так же понятно, что и человек не может воспринимать четвёртое измерение, в котором он живёт. Этим мы показали, [что человек должен быть четырёхмерным существом]. Мы плаваем в море [четвёртого измерения, как лёд в воде].

Вернёмся ещё раз к рассмотрению зеркальных отображений (рис. 11). Эта вертикальная линия изображает поперечный разрез зеркала. Зеркало отражает зеркальное изображение [рис. на левой стороне]. Процесс отражения указывает, кроме двух измерений, на третье измерение. [Чтобы понять непосредственную и непрерывную связь зеркального отображения с оригиналом, в дополнение ко] второму измерению мы должны учитывать третье.

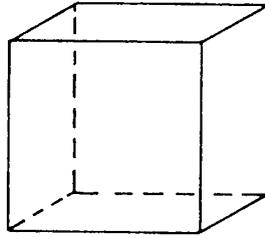


Рис. 12

[Теперь рассмотрим отношение внешнего пространства и внутреннего представления.] Куб здесь снаружи [является] мне [как] некое представление во мне (рис. 12). Представление [куба] относится к кубу, как зеркальное отображение к оригиналу. Наш аппарат чувств [составляет образ представления куба. Если хочешь образ представления] совместить [с оригиналом куба], то должен пройти сквозь четвёртое измерение. Как [при непрерывном осуществлении двумерного] процесса отражения необходимо перейти к третьему измерению, точно так же наш чувственный аппарат, если он должен быть в состоянии устанавливать [прямую] связь [между образом представления и внешним предметом], обязан быть четырёхмерным.<sup>19</sup>

Если бы вы представляли только [двумерно], то имели бы перед собой [только] видение, но не имели бы никакого понятия о том, что снаружи есть некий предмет. Наш процесс представления есть прямое выворачивание нашей способности представления за (über) [внешний предмет путём] четырёхмерного пространства.

В астральном состоянии [во время ранних стадий эволюции человечества] человек был только грезящим, он получал лишь такие восходящие сновидческие образы.<sup>20</sup> Затем он перешёл из астральной сферы в физическое пространство. Этим мы математически определили переход от астрального к [физиче-

ски-]материальному бытию. Прежде чем произошёл этот переход, астральный человек был трёхмерным существом и поэтому не мог свои [двумерные] представления распространять на объективный [трёхмерный физически-материальный] мир. Но когда он [сам] стал физически-[материальным], он получил дополнительно четвёртое измерение [и вследствие этого смог переживать также и третье измерение].

Благодаря своеобразному устройству нашего чувственного аппарата мы в состоянии совмещать свои представления с внешними объектами. Соотнося свои представления с внешними вещами, мы проходим сквозь четырёхмерное пространство, выворачиваем наизнанку представление за внешний объект.

Как бы выглядела вещь, если бы мы могли созерцать с другой стороны, если бы мы могли вступить в вещь и видеть её оттуда? Чтобы это суметь, необходимо пройти сквозь четвёртое измерение.

Сам астральный мир не является миром четырёх измерений. Но астральный мир вместе с его отражением в физическом мире — четырёхмерен. Кто в состоянии одновременно обозревать астральный мир и физический мир, тот живёт в четырёхмерном пространстве. Связь нашего физического мира с астральным миром — четырёхмерна.

Необходимо научиться постигать различие между точкой и сферой. [В реальности] эта точка не пассивна, а является точкой, излучающей во все стороны свет (рис. 13).

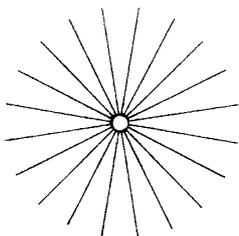


Рис. 13

Какова же противоположность такой точки? Точно так же, как у линии, идущей слева направо, есть противоположность, а именно линия, идущая справа налево, у точки, [излучающей свет], тоже есть противоположность. Представим себе огромную, действительно бесконечно большую сферу, распространяющую со всех сторон, но теперь внутрь, тьму — посылающую внутрь тьму (рис. 14). Эта сфера есть противоположность точки, излучающей свет.

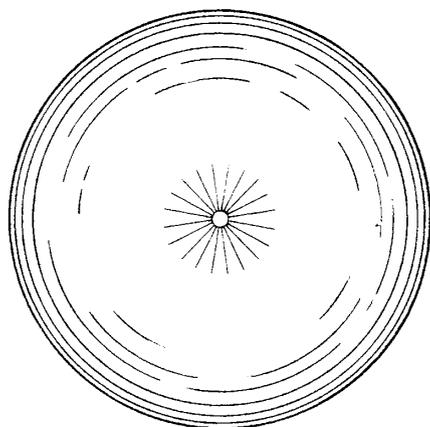


Рис. 14

Это суть две истинные противоположности: точка, излучающая свет, и бесконечное пространство, которое является не нейтральным тёмным образованием, а наполняет темнотой пространство со всех сторон. Так источник темноты и источник света проявляются как противоположность. Мы знаем, что прямая линия, затерявшаяся в бесконечности, возвращается к той же точке с другой стороны. Так же это происходит и с точкой, которая излучает свет во все стороны. Этот свет возвращается из бесконечности как его противоположность, как тьма.

Рассмотрим теперь обратный случай. Возьмите точку как источник тьмы. Как противоположность выявляется пространство, которое излучает внутрь со всех сторон свет.

С точкой дело обстоит так, как это было проработано недавно [в предыдущем докладе]; она не теряется [в бесконечности, она возвращается с другой стороны] (рис. 15).

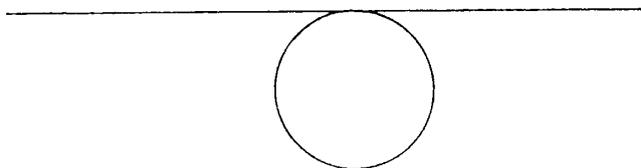


Рис. 15

[Всецело в соответствии с этим некая точка не теряется в бесконечности, когда она расширяется или излучается; она возвращается из бесконечности как сфера.] Сфера, шарообразная форма, есть противоположность точки. В точке живёт пространство. Точка есть противоположность пространства.

Что же является [противоположностью] куба? Ничто иное, как всё бесконечное пространство, за исключением части, которая вырезана здесь [благодаря кубу]. Так что [целый] куб плюс его противоположность мы должны представлять себе как бесконечное пространство. Мы не обойдёмся без полярности, если [хотим] представить себе мир динамичным, полным сил. [Только так] мы получаем вещи в нашей жизни.

Если бы оккультист представил себе куб красным, то [остальное] пространство было бы зелёным, ибо красный цвет является противоположностью зелёного цвета. Для себя самого оккультист получает не только простые представления, он получает живые представления, а не абстрактные, мёртвые. Оккультист должен входить в вещи из себя. Наши представления мертвы, между тем как вещи в мире являются живыми.

С нашими абстрактными представлениями в самих вещах мы не живём. Так дополнительно к звезде, излучающей свет, мы должны представлять бесконечное пространство соответствующего дополнительного цвета. Прodelывая такие упражнения, можно обучить своё мышление и получить доверие к тому, как можно представлять измерения.

Вы знаете, что квадрат есть двумерная пространственная величина. Один квадрат, составленный из четырёх, затушёванных красным и синим, отдельных квадратов, есть плоскость, которая по-разному лучится в разных направлениях (рис.16). Способность в разных направлениях излучать по-разному есть свойство трёхмерности. Итак, мы имеем здесь три измерения: длину, ширину и способность излучения.



Рис. 16

Сделанное здесь для плоскости представим себе выполненным и для куба. Как вышеупомянутый квадрат был построен из четырёх отдельных квадратов, так же представим себе куб, построенный из восьми отдельных кубов (рис. 17). Из этого, прежде всего, выявляются три измерения: высота, ширина и глубина. В пределах каждого [отдельного] куба в таком случае должна быть различима определённая возможность светового излучения. Отсюда дополнительно к высоте, ширине и глубине выявляется следующее измерение: способность излучения.

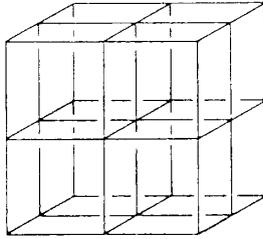


Рис. 17

Вы можете себе представить один квадрат, составленный из четырёх отдельных квадратов, один куб — из восьми разных отдельных кубов. А теперь представьте себе тело, не являющееся кубом, но имеющее четвёртое измерение. Мы добились возможности понять это благодаря способности излучения. Если каждый [из восьми отдельных кубов] обладает разной способностью излучения, то, имея только куб, способный излучаться лишь в одну сторону, я, желая получить куб, излучающий во все стороны, должен к стоящему слева кубу повсюду добавлять ещё другой, удваивать его с противоположной стороны — я должен составить его из 16 кубов.<sup>21</sup>

В ближайшее время мы получим возможность представить себе многомерное пространство.

## Третий доклад

Берлин, 17 мая 1905 г.

Дорогие мои друзья, сегодня я продолжу трудную главу, открыв которую мы обязаны пройти до конца. Разумеется, при этом надо будет принять во внимание различные факты, о которых я уже упоминал в двух последних докладах. Кроме того, я сегодня хотел бы создать также основание, основные понятия, чтобы на последнем и предпоследнем занятиях с помощью моделей господина Шоутена (Schouten)<sup>22</sup> мы полностью усвоили [точные геометрические отношения, а также] интересную практическую точку зрения теософии.

Вы знаете, что представить четырёхмерное пространство мы пытались соответственно его возможности с определённой целью: суметь создать, по крайней мере, некий род понятия о так называемой астральной области, а также о более высоких областях, о высшем бытии вообще. Я уже дал понять, что вступление в астральное пространство, в астральный мир, для эзотерического ученика является, прежде всего, чем-то чрезвычайно сбивающим с толку. Тот, кто не занимался этими вещами более подробно, кто никогда прежде теоретически не имел с этим дело, кто никогда теоретически не изучал теософию, тому вообще будет чрезвычайно трудно составить себе представление о совершенно различной природе вещей и существ, которых мы встречаем в так называемом астральном мире. Позвольте ещё раз несколькими штрихами указать на то, как велика эта разница.

Как самое простое я упомянул необходимость учиться каждое число читать симметрично. Эзотерический ученик, которому привычно читать числа лишь так, как их читают здесь в физическом мире, не сможет ориентироваться в лабиринте астрального. Если вы имеете в астральном число, например

467, то должны его читать — 764. Вы должны привыкать к тому, чтобы каждую вещь читать симметрично, рассматривать симметрично [зеркально]. Это основное условие. Это ещё легко, пока мы находимся в пределах пространственных образований или чисел. Становится труднее, когда мы приходим к временным отношениям. Когда мы приходим к временным отношениям, в астральном мире вещь возникает тоже симметрично, а именно так, что вначале нам является более позднее и позже — предыдущее. Следовательно, если вы наблюдаете астральные процессы, то должны также уметь читать от конца к началу в обратном направлении. Эти вещи можно только обозначить, ибо тому, кто об этом не имеет никакого представления, они покажутся слишком гротескными. В астральном сперва существует сын, а потом — отец, вначале существует яйцо, а потом — курица. В физическом мире это происходит иначе. В физическом вначале рождаешься. И в таком случае рождённое бытие — это появление нового из старого. В астральном — это наоборот. Там старое происходит из нового. В астральном мире ради появления того, что является отцовской и материнской природой, поглощается то, что является сыновней и дочерней природой.

У греков вы найдёте прелестную аллегорию. Три бога: Уран, Кронос и Зевс — символически представляют собой три мира. Уран представляет нам небесный мир — Девахан; Кронос нам представляет астральный мир; Зевс — физический. О Кроносе нам говорится, что он поедает своих детей.<sup>23</sup> То есть в астральном не рождают, а поглощают.

Но затем, когда на астральном плане мы отыскиваем моральное, дело совсем усложняется. Моральное тоже кажется в некотором роде переверачиванием или зеркальным отражением. И поэтому мы можем даже представить, насколько иными там кажутся вещи, чем когда мы толкуем эти вещи так,

как привыкли их толковать на физическом плане. Там, на астральном, мы видим, например, что к нам подходит дикий зверь. Это не должно восприниматься так, как на физическом плане. Этот дикий зверь нас убивает. Это то видение, которое получает тот, для кого привычно читать вещи, как внешние процессы. Однако, на самом деле дикое животное есть нечто такое, что существует в нас самих, что живёт в нашем собственном астральном теле и убивает нас. То, что подходит к вам как убийца, есть что-то, коренящееся в ваших собственных желаниях. Так, имея мысль о мести, вы можете пережить, что эта мстительная мысль является и докучает вам как ангел смерти, подступающий к вам извне.

В действительности, на астральном плане всё излучается из нас. Всё, что мы видим на астральном плане подступающим к нам извне, мы должны рассматривать как излучающееся из нас (рис. 18). Это подходит из сферы, со всех сторон, словно это проникает в нас из бесконечного пространства. Но на самом деле это ничто иное, как посылаемое наружу нашим собственным астральным телом.

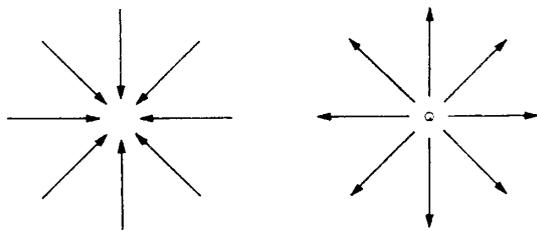


Рис. 18

Мы правильно читаем астральное, [и лишь тогда находим] истину, когда мы в состоянии привести периферическое в центр, рассматривать и объяснять периферическое в центре. Кажется, что астральное подходит к вам со всех сторон. В действительности это надо представлять как нечто излучающееся из вас самих во все стороны.

Сейчас я хотел бы познакомить вас с одним понятием, которое является очень важным при оккультном обучении. Оно повсюду присутствует в самых разных произведениях по оккультному исследованию, но довольно неправильно понимается. Кто достиг определённой ступени оккультного развития, должен учиться видеть в астральном внешнем мире всё, проистекающее в нём ещё из кармической склонности — радость, наслаждение, боль и так далее. Если вы мыслите теософически в истинном смысле, то вы уясните себе тот факт, что внешняя жизнь, наше тело, в современную эпоху является уже ничем иным, кроме как результатом, неким пересечением двух потоков, которые приходят из противоположных направлений и сливаются друг с другом. Представьте-ка себе поток из прошлого и поток, приходящий из будущего: в таком случае вы имеете два проникающих друг в друга, собственно, пересекающихся в каждой точке потока (рис. 19). Представьте в [одном] направлении — красный поток, а в [другом] направлении — синий поток. А теперь представьте на этом пересечении, например, четыре различные точки. [Тогда в каждой из этих четырёх точек мы имеем] взаимодействие этих, красного и синего, потоков. [Это образ взаимодействия] четырёх следующих друг за другом инкарнаций, где в каждой инкарнации нас встречает нечто от одной [и нечто от другой] стороны. Здесь вы всегда можете сказать: тут есть один поток, который встречает вас, и один поток, который вы приносите с собой. Человек соединяется из этих двух потоков.

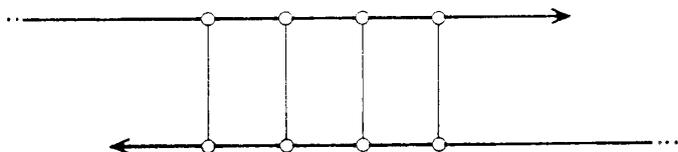


Рис. 19

Вы получите некое представление об этом, если поразмышляете таким образом. Сегодня вы сидите здесь с различными переживаниями, завтра в это время вы будете иметь в себе другую сумму переживаний. Представьте-ка события, которые произойдут с вами до завтра — все они уже присутствуют здесь. В таком случае это то самое переживание, как если бы вы смотрели на панораму. Это так, как если бы вы шли навстречу событиям, словно эти события пространственно идут вам навстречу. Итак, представьте себе, что поток, который подходит к вам из будущего, несёт навстречу вам эти события, тогда в этом потоке вы [имеете] события между сегодня и завтра. Вы из прошлого позволяете приносить себе будущее, текущее вам навстречу.

В каждый период времени ваша жизнь есть некое среднее двух потоков, из которых один течёт из будущего в современность и другой — из современности в будущее. Где потоки встречаются, там возникает застой. Всё, что человек пока имеет перед собой, он должен видеть как астральный призрак, возникший перед ним. Всё это есть нечто, высказывающееся необыкновенно выразительно.

Представьте себе, что эзотерический ученик [приходит к моменту своего развития, когда он] должен заглянуть в астральный мир, когда у него открываются органы чувств и то, что он должен был бы пережить ещё до истечения нынешнего периода, он увидел бы возникающим вокруг себя в астральном мире как внешнее явление. Такой вид для каждого человека является вполне убедительным. Итак, мы должны сказать, что это важная ступень в ходе оккультного обучения, когда навстречу человеку выступает как астральная панорама, как астральное видение то, что он ещё должен пережить до середины шестой коренной расы — ибо до того времени идут наши инкарнации. Ему открывается путь. Никакой эзотери-

ческий ученик [не переживёт] это иначе, как только созерцая, как выступает ему навстречу в качестве внешнего видения то, что [ещё] ему предстанет в близком будущем вплоть до шестой коренной расы.

Если ученик развился до порога, то пред ним встаёт вопрос: хочешь ли ты прожить всё это в течение, может быть, кратчайшего времени? Ибо для того, кто хочет получить посвящение, речь идёт об этом. Когда вы это обдумываете, в некий момент вы получаете перед собой свою собственную будущую жизнь как внешнюю панораму. В свою очередь это характеризует нам наглядное созерцание астрального. Для одного человека это происходит так, что он говорит себе: «Нет, я туда не иду». Для другого, напротив, это происходит так, что он себе говорит: «Я должен войти». Этот момент развития называют «порогом», решением, и получаемое здесь явление себя самого со всем тем, что ещё необходимо испытать и пережить, называют «Стражем порога». Следовательно, Страж порога есть ничто иное, как наша собственная будущая жизнь. Это мы сами. Наша собственная будущая жизнь лежит за порогом.

С другой стороны, особенность явлений астрального мира вы видите в том, что тот, кому через какое-либо событие — и такие события в жизни есть — внезапно открывается астральный мир, вынужден сначала стоять перед чем-то непонятным. Это ужасающее зрелище, и для всякого человека, на которого через какое-либо событие внезапно без подготовки обрушивается астральный мир, невозможно представить себе ничего более сбивающего с толку. Отсюда в значительной мере нужно хорошо понимать то, о чём мы сейчас говорили, чтобы в случае вторжения астрального мира знать, что надо делать. Это может быть некое патологическое событие: ослабление связи между физическим и эфирным телами или между эфир-

ным телом и астральным телом. Благодаря таким событиям человек может неожиданно оказаться в астральном мире, ознакомиться с астральной жизнью. Если так случится, то он вернётся и расскажет, что он видел то или иное явление. Он видит это, а читать не умеет, потому что ему неизвестно, что он должен читать симметрично, что каждое дикое животное, приближающееся к нему, он должен воспринимать как отражение того, что находится в нём самом. В самом деле, в камалочке астральные силы и страсти человека показываются в самых разнообразных формах животного мира.

Когда видишь в камалочке людей, которые только что были развоплощены, — это не такой уж красивый вид. В этот момент они имеют в себе ещё все свои страсти, склонности, желания и вожделения. Правда, такой человек в камалочке уже не имеет своего физического тела, а также не имеет уже и эфирного тела, но в своём астральном теле он всё ещё владеет тем, что связывало его с физическим миром и что может найти утоление только посредством физического тела. Представьте-ка себе обычного среднего гражданина современности, который за свою истекшую жизнь не стал ничем особенным и, кроме того, не приложил никаких усилий, чтобы чего-то достичь, он никогда не усердствовал ради своего религиозного развития и, пожалуй, не теоретически, а практически бросил за борт религию, то есть в ощущении и во взглядах. В таком случае она не является для него живой стихией. Что же тогда содержит его астральное тело? Только те вещи, которые могут быть утолены через физический организм. Например, он жаждет вкусового наслаждения. Но для удовлетворения этого горячего желания здесь должно существовать нёбо. Или человек жаждет других радостей, которые могут быть удовлетворены только благодаря тому, что он использует своё физическое тело. Попробуйте представить, что он имеет такие го-

рячие желания, но тело отсутствует. В таком случае всё это живёт в его астральном теле. Это то положение, в котором находится человек, когда он умер без астрального очищения и облагораживания. Он ещё имеет горячие желания в отношении вкусового наслаждения и других вещей, но не имеет возможности их утолить. Вследствие этого возникает мучительная, ужасная жизнь камалоки. Поэтому, когда человек умирает без астрального облагораживания, желание должно быть преобразовано в камалоке. И это астральное тело только тогда будет освобождено, когда поймёт, что свои стремления и желания оно уже не может удовлетворять и должно отучить себя от них.

[В астральном мире] порывы и страсти [принимают] животные формы. Пока человек воплощён в физическом теле, его астральное тело своим обликом в какой-то мере следует этому физическому телу. Но когда исчезает внешнее тело, тогда порывы, желания и страсти, поскольку они существуют в своей животной [природе], проявляются, прорываются в своём собственном облике. Таким образом, в астральном мире человек является отображением своих порывов и страстей.

Так как эти астральные существа могут пользоваться другими телами, то для медиума существует опасность впасть в состояние транса, когда при этом нет ясновидящего, который может предотвратить зло.

В физическом мире лев есть пластичное отображение определённых страстей, тигр — отображение других страстей, кошка в свою очередь — других. Интересно видеть, что любой тигр является пластичным отображением одной страсти, одного порыва.

Таким образом, в астральном мире, в камалоке, человек из-за своих страстей приблизительно подобен [природе тигра]. Отсюда возникает недоразумение в отношении учения о

странствовании души, которое приписывали египетским и индийским жрецам и учителям мудрости. «Вы должны жить так, чтобы вас не воплотили в тигра», — говорит это учение. Однако, это учение никогда не говорило о физической жизни, а о более высокой жизни, и то, к чему оно стремилось, было ничем иным, как на Земле побуждать людей к такой жизни, чтобы они после смерти не создавали бы в камалокке свои животные облики. Кто развивает типичное для кошки, проявится в камалокке как кошка. Смысл понимания наставлений учения о странствовании души в том, чтобы и в камалокке появиться как человек. Учёные не поняли истинные учения, об этом они имеют только абсурдные представления.

Так мы увидели, что, вступая в астральное пространство, в каждой области — в области чисел, времени и в области моральной жизни — мы имеем дело лишь с полным отражением того, что, по сути дела, по привычке думаем и делаем здесь в физическом. Мы должны приучить себя к этому — читать симметрично, ибо, вступая в астральное пространство, мы должны это уметь.

Легче всего человек может приучить себя читать симметрично, опираясь на такие элементарные математические представления, которые мы показали в закрытом докладе, и с которыми мы будем знакомиться всё больше и больше в следующих ниже изложениях. Вначале я хотел бы взять совсем простое представление, а именно исходить из представления квадрата. Представьте-ка себе квадрат, каким вы его привыкли видеть (рис. 20). Я нарисую квадрат так, что четыре его стороны будут обозначены четырьмя разными цветами.



Рис. 20

Это физический вид квадрата. Теперь я хотел бы начертить вам на доске вид квадрата на девахане. Сделать это абсолютно точно невозможно, но я хотел бы всё-таки этим приблизительно дать некое представление, как квадрат выглядел бы в ментальном (im Mentalen). Ментальный противополообраз [квадрата] существует приблизительно как крест (рис. 21).

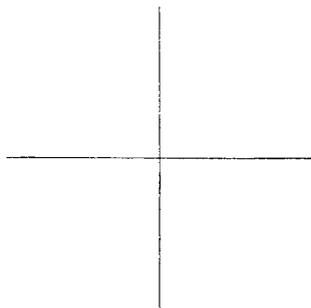


Рис. 21

По существу мы имеем дело с двумя, расположенными перпендикулярно друг к другу, пересекающимися осями. В таком случае вы также имеете две линии, проходящие друг через друга. Физическое отражение возникает благодаря тому, что к каждой из этих осей тянется перпендикулярная линия. Вы можете лучше всего представить себе физический противополообраз ментального квадрата как застой [двух взаимно перекрещивающихся потоков]. Представим себе эти взаимно ортогональные осевые линии как потоки, как силы, действующие наружу от точки пересечения, и противопотоки — другие потоки, только теперь направленные снаружи внутрь (рис. 22). В таком случае квадрат входит в физический мир благодаря тому, что эти два вида потоков или сил — один изнутри, а другой снаружи — представляешь себе как подпирающие друг друга. Таким образом, силовые потоки ограничиваются через создание подпора, застоя.

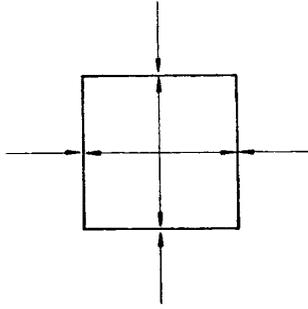


Рис. 22

Этим я дал образ, как вообще всё ментальное соотносится с физическим. Вы можете точно так же создать ментальный противополообраз для каждой физической вещи. Квадрат здесь является лишь самым простым примером.

Если для всякой вещи в физическом мире вы сможете таким же образом создать коррелят, который относится к физическому так, как две взаимно ортогональные линии относятся к квадрату, то вы получите деваханический или ментальный образ. С другими вещами, конечно, это происходит гораздо сложнее.

Теперь вместо квадрата представьте куб. Куб очень похож на квадрат. Куб — это тело, ограниченное шестью квадратами. Господин Шоутен специально изготовил эти шесть квадратов, ограничивающих куб. Теперь представьте-ка вместо четырёх ограничивающих линий, которые существуют у квадрата, шесть ограничивающих плоскостей. Вообразите, что вместо перпендикулярных линий в качестве застоя мы имеем ортогональные плоскости, и далее примите ещё, что вы имеете не две, а три взаимно [ортогональные] оси, тогда вы ограничите куб. Вероятно, теперь вы сможете также представить себе, каким является ментальный коррелят куба. Вы снова имеете две взаимно необходимые вещи. Куб имеет три взаимно ортогональные оси и три направления плоскостей; [мы

должны в этих] трёх [направлениях] плоскостей помыслить подпирающие действия (рис. 23). Три [направления] осей и шесть плоскостей, как прежде [у квадрата] два [направления] осей и четыре линии, мы не можем представить в каком-либо другом отношении, нежели помыслив об определённой противоположности.

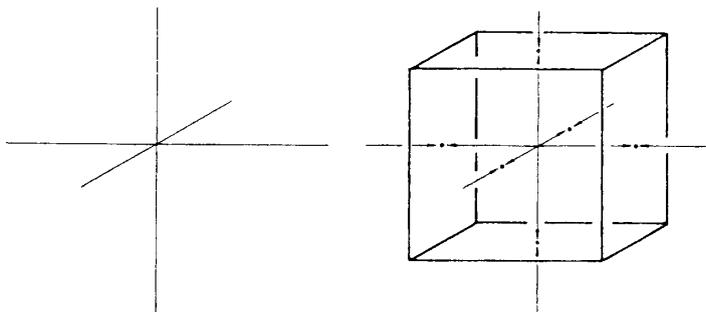


Рис. 23

Каждый, немного размышляющий, здесь должен будет сказать, что это невозможно себе представить, не сформировав определённое понятие противоположности, а именно противоположности действия и некоего подпирания, некоего противодействия. Вы должны сюда привносить понятие противоположности. Это ещё простые вещи. Благодаря тому, что постепенно мы охватываем геометрические понятия, мы дойдём до создания ментальных противоположностей и более сложных вещей. Затем мы найдём путь и до более в определённой степени высокого познания. Однако и теперь уже вы можете представить ту огромную сложность, которая выявляется, когда вы представляете какое-то другое тело и отыскиваете его ментальный противоположностный образ. Здесь обнаруживаются гораздо более сложные вещи. А если бы сверх того вы вообразили человека и его ментальный противоположностный образ со всеми пространственными формами и с его деятельностью, то смогли бы пред-

ставить себе, какое это сложное ментальное творение. В своей книге «Теософия» я смог лишь приближённо дать образ того, как примерно выглядит ментальный протипообраз.

У куба мы имеем три измерения, три оси. На каждой оси мы имеем по обе стороны соответствующие перпендикулярные плоскости. Итак, вам теперь должно быть ясно, что противоположность, о которой я говорил, следует понимать таким образом: каждую плоскость куба мыслить возникшей подобно тому, как я до этого описал человеческую жизнь, возникающую как среднее двух потоков. Мы можем себе представить, что потоки исходят из центра. Помыслите пространство, которое по одному осевому направлению течёт из центра наружу, а по другому направлению, из бесконечности — другой поток, текущий навстречу. И [представьте себе это] текущим в двух цветах: один красный, а другой синий. И в тот момент, когда они встречаются, они устремляются в плоскость, возникает плоскость, следовательно, мы можем эту плоскость куба принять как встречу двух противоположных потоков на одной плоскости. Это и есть живое представление того, чем является куб.

Итак, куб есть пересечение трёх взаимодействующих потоков. Если вы это мысленно соедините, то будете иметь дело не с тремя, а с шестью направлениями: вперёд-назад, вверх-вниз и направо-налево. Так вы имеете шесть направлений. И фактически это тоже верно. Потом дело усложняется ещё и потому, что вы имеете два вида потоков: один, направление которого исходит из одной точки, и другой, идущий навстречу из бесконечности. Это даст вам одну точку зрения на то, что является практической реализацией высшей теоретической теософии. Я должен воспринимать каждое направление пространства как два противоположных потока. И в таком случае, когда вы представляете некое физическое тело, в этом

физическом теле вы имеете результат этих двух двигающихся друг к другу потоков.

Обозначим теперь эти шесть потоков, эти шесть направлений, шестью буквами — a, b, c, d, e, f. Если вы сможете представить эти шесть направлений или потоков — и мысленно отделить от них первое и последнее, a и f, мысленно уничтожить, то у вас останутся четыре остальные. И теперь я прошу вас принять во внимание следующее: эти оставшиеся четыре суть те четыре, которые вы можете воспринять, когда созерцаете только астральный мир.

Я попытался дать вам представление о трёх [обычных измерениях] и о трёх [дополнительных] измерениях, которые, собственно, противопоставляются обычным. Благодаря тому, что эти измерения противопоставляются друг другу и своим противодействием дают результат, возникают физические тела. Но удалите мысленно нечто [одно измерение] от физического и, с другой стороны, удалите нечто [одно измерение] от ментального, тогда останется четыре измерения. В таком случае четыре измерения представляют собой астральный мир, существующий между физическим и ментальным миром.

Теософское рассмотрение мира фактически является таким, что оно обязательно должно пользоваться геометрией в высшем смысле, которая превосходит обычную геометрию. Обычная геометрия описывает куб ограниченный шестью квадратами. Мы должны понимать куб как результат слияния шести потоков, то есть как результат взаимодействия противоположных сил — движения и его обращения.

Я хотел бы ещё проявить для вас в великой природе понятие, действительно содержащее противоположность, которая на глазах у человека сохраняет глубокую тайну становления мира. Гёте в «Сказке о змее и лилии» говорит о «явной тайне», и это самое истинное и самое умное слово, которое вообще можно сказать.<sup>24</sup> Это правда, что в природе есть тайны,

которые очевидны, но люди их не видят. В природе мы часто имеем дело с обращёнными процессами. Один такой обращённый процесс я хотел бы вам показать.

Давайте сравним человека с растением. При сравнении человека с растением выявляется следующее. То, что я сейчас скажу, не шутка, даже если это и выглядит в настоящее время, как шутка. Это нечто указывающее на глубокую мистирию. Что растение имеет в земле? Корень. А вверх оно развивает стебель, листья, цветок и плод. Голова растения, корень, находится внутри Земли, а органы размножения оно развивает вверх, навстречу Солнцу, и это мы можем назвать непорочным способом размножения. Представьте себе всё растение перевёрнутым, сделав корень головой человека. Тогда в человеке, голова которого находится вверху, а орган размножения располагается внизу, вы получите перевёрнутое растение. Животное же находится между ними как застой, как подпор. Переворачивая растение, вы получаете человека. Поэтому оккультисты всех времён изображали это тремя линиями (рис 24).

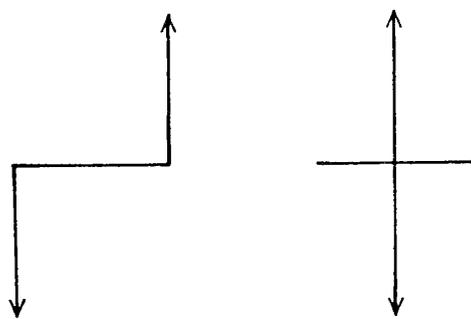


Рис. 24

Одна [линия] как символ растения, одна как [символ] человека, и противопоставленная как [символ] животного — три линии, вместе образующие крест. Животное имеет поперечное положение, то есть оно пересекает то, что мы имеем совместно с растением.

Вы знаете, что мы говорим о единой космической душе, о которой Платон сказал, что она распята на мировом теле, она приколочена к кресту мирового тела.<sup>25</sup> Представьте себе мировую душу в виде растения, животного и человека — вы получите крест. Живя в этих трёх царствах, мировая душа живёт приколоченной к этому кресту. Вы найдёте благодаря этому понятие застоя в более широком смысле. Два дополняющих, расходящихся, [но] тесно взаимодействующих потока образуют растение и человека, при этом животное является застоем. Так фактически животное вставляется между потоком, движущимся вверх, и потоком, движущимся вниз. Так камалока [астральная область] вставляется между деваханом и физическим миром. Таким образом, между этими двумя мирами, симметрично расположенными друг относительно друга, фактически вставляется нечто, действующее между ними и действующее в обе стороны, как некая плоскость подпора. Животный мир является внешним выражением этого мира камалоки.

Кто уже имеет органы для этого мира, которым овладевать надо с усилием, тот осознает, что же мы должны видеть в трёх царствах, в их взаимном отношении друг к другу. Если животное царство вы воспринимаете как выявившееся из некоего застоя, если три царства вы воспринимаете как двусторонний застой, то обнаружите положение, которое занимает растительное царство по отношению к животному царству и животное царство — к человеческому царству. Животное располагается перпендикулярно к двум другим направлениям, а другие являются двумя взаимно дополняющими, входящими друг в друга потоками. [Соответственно] низшее царство служит высшему средством питания. Это есть нечто такое, что приоткрывает совсем другой вид родства между человеком и растением и между животным и человеком. Поэтому

тот, кто питается животным, становится родственным некоторому застою.

Реальное действие состоит во встрече противоположных потоков. Это начало той последовательности мыслей, которую позже вы ещё увидите, вероятно, увидите удивительно возникающей совсем иначе.

Итак, мы видели: квадрат возникает вследствие того, что две оси пересекаются линиями. Куб возникает вследствие того, что три оси пересекаются плоскостями. Можете ли вы теперь представить, что чем-то пересекаются четыре оси? Куб есть граница того пространственного образования, которое возникает, когда пересекаются четыре оси.

Квадрат ограничивает трёхмерный куб. В следующий раз мы увидим, чьей границей является сам куб. Куб ограничивает четырёхмерное образование.

#### Ответ на вопрос

[Что значит] представить [себе] шесть потоков, из которых надо представлять уничтоженными два из них, и так далее?

Шесть потоков следует мыслить как дважды три потока: три, действующие изнутри в соответствии с тремя осевыми направлениями, и другие три в качестве потоков, текущих из бесконечности навстречу. Так, для каждого осевого направления выявляется два вида: один, идущий изнутри наружу, и другой, противоположный этому, приходящий снаружи внутрь. Если обе категории мы возьмём как положительное и отрицательное, плюс и минус, то будем иметь:

$$\begin{array}{ll} + a & - a \\ + b & - b \\ + c & - c \end{array}$$

И поэтому, [чтобы прийти к астральному пространству, мы должны] одно направление в целом, [например] внешний и внутренний поток, представить уничтоженным, то есть, например,  $+a$  и  $-a$ .

## Четвёртый доклад

Берлин, 24 мая 1905 г.

На днях я попытался схематически дать вам некое представление о четырёхмерном пространстве. Однако, если бы мы не были в состоянии создать образ четырёхмерного пространства по аналогии, то возникли бы большие трудности. Если речь идёт о том, чтобы охарактеризовать нашу задачу, то, пожалуй, она такова: здесь в трёхмерном пространстве показать четырёхмерное образование. Желая, так сказать, привязать к чему-то известному нечто неведомое нам, надо точно так же, как мы изобразили трёхмерное на двумерном, внести четырёхмерное в третье измерение. Так по методу господина Хинтона (Hinton)<sup>26</sup> я хотел бы как можно доступнее показать, как четырёхмерное пространство изображено в трёх измерениях. Итак, я хотел бы показать, как можно решить эту задачу.

Сначала позвольте мне исходить из того, как вводят трёхмерное пространство в двумерное пространство. Наша доска — это двумерное пространство. Добавив глубину к ширине и высоте, мы получим трёхмерное пространство. Попробуем теперь на доске наглядно изобразить трёхмерное образование.

Куб, поскольку он состоит из высоты, ширины и глубины, является трёхмерным образованием. Попробуем вывести его в двумерное пространство, то есть на плоскость. Если вы берёте весь куб и разматываете его, или лучше сказать, разворачиваете, то сделать это вы можете следующим способом. Эти стороны, шесть квадратов, которые мы имеем в трёхмерном пространстве, мы можем разложить на плоскости (рис. 25). Следовательно, разложив на плоскости ограничивающие поверхности куба, я могу таким образом представить фигуру в виде креста.

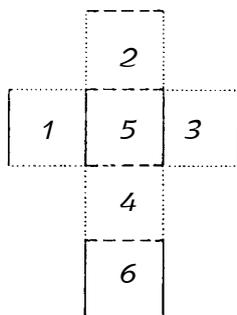


Рис. 25

Это шесть квадратов, которые снова скомпонуются в куб, если я опять их верну назад: следовательно так, чтобы 1 и 3, 2 и 4, а также 5 и 6 противостояли друг другу. Так мы имеем трёхмерное образование, просто помещённое на плоскость.

Так непосредственно использовать этот метод, чтобы в трёхмерном пространстве начертить четвёртое измерение, мы не можем. Для этого мы должны искать некую другую аналогию. Здесь мы должны прибегнуть к помощи цвета. Для этого я разрисую шесть квадратов соответственно их сторонам разными цветами. Квадраты [в кубе], расположенные в поднятом состоянии напротив друг друга, должны иметь одинаковые цвета. Я начерчу квадраты 1 и 3 так, что одни стороны являются красными [пунктирные линии], а другие — синими [сплошные линии]. Для этих квадратов синий цвет я сохраню для всего горизонтального направления (рис. 26). Значит, все стороны, являющиеся в этих квадратах вертикальными, я начерчу красным, а все горизонтальные сделаю синими.

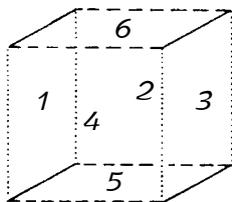


Рис. 26

Когда вы смотрите на эти два квадрата, 1 и 3, вы имеете два измерения, выраженные в квадратах двумя цветами — красным и синим. То есть, для нас здесь [на вертикальной доске, где квадрат 2 «прилип» к доске], красный цвет означал бы высоту, а синий — глубину.

Если теперь мы твёрдо придерживаемся того, что везде, где выступает высота, мы применяем красный цвет, а там, где выступает глубина — синий цвет, то для третьего измерения, ширины, мы применяем зелёный цвет [штриховая линия]. Таким способом мы соберём теперь разобранный куб. Квадрат 5 имеет синие и зелёные стороны, значит квадрат 6 должен выглядеть точно так же. Но ещё остаются квадраты 2 и 4, и если вы представите их распахнутыми, то окажется, что их стороны будут красными и зелёными.

Теперь посмотрите: если вы это себе уже представили, значит, мы преобразовали три измерения в три цвета. Вместо высоты, ширины и глубины мы говорим теперь красный [пунктир], зелёный [штрихи] и синий [сплошная линия]. Вместо трёх пространственных измерений мы называем три цвета, которые для нас, следовательно, должны быть их образами. Представляя себе весь куб распахнутым, вы можете в дополнение к двум измерениям о третьем заявить способом, позволяющим вам пройти, например, сине-красным квадратом [слева направо на рис. 26] сквозь зелёный цвет. Мы скажем, что красный и синий прошли сквозь зелёный. Прохождение через зелёный, исчезание в третьем цветовом измерении, мы обозначили как проход через третье измерение. Итак, представьте себе, что зелёная завеса при этом окрашивает красно-синий квадрат, тогда окрашенными окажутся обе стороны — как красная, так и синяя. Синий становится сине-зеленым, а красный принимает мрачный оттенок, и только там, где заканчивается зелёный, оба цвета снова принимают свою собственную окраску. То же самое я мог бы проделать с квадрата-

ми 2 и 4. Итак, я заставляю красно-зелёный квадрат двигаться через пространство, являющееся синим, и то же самое вы можете затем проделать с обоими другими квадратами, 5 и 6, когда сине-зелёный квадрат должен проходить красный цвет. Таким способом вы заставляете каждый квадрат исчезать с одной стороны и погружаться в другой цвет. Через сам этот третий цвет он принимает другое окрашивание, пока снова с другой стороны не выступит в своей изначальности.

Так посредством трёх взаимно ортогональных цветов мы имеем символическое изображение нашего куба. С помощью трёх цветов мы просто изображаем три направления, с которыми имеем здесь дело. Если мы хотим представить, какие изменения претерпели три пары квадратов, то сможем это благодаря тому, что квадраты один раз проходят через зелёный цвет, второй раз они проходят через красный цвет и третий раз — через синий.

Теперь вместо самих этих окрашенных линий вообразите себе квадраты и взамен самого пустого пространства — тоже повсюду квадраты. Тогда весь рисунок я смогу изобразить ещё иначе (рис. 27). Промежуточный квадрат мы рисуем синим цветом, а оба проходящие — до и после прохождения — мы изображаем рядом вверху и внизу, значит, здесь красно-зелёным. [Вторым шагом] я беру красный квадрат в качестве такого, который позволяет пройти сквозь себя сине-зелёному квадрату. И [третьим шагом] мы имеем здесь зелёный квадрат. Через зелёный квадрат проходят два соответствующих других цвета, то есть красный и синий.

Вы видите, что теперь я вам показал здесь другой вид раскладывания с девятью располагающимися квадратами, но из них только шесть [ограничений] находятся в самом кубе, а именно квадраты, нарисованные на рисунке вверху и внизу (рис. 27). Другие три [средние] квадрата являются промежуточными квадратами, не обозначающими ничего другого,

кроме исчезновения отдельных цветов в каком-либо третьем [цвете]. [Для промежуточного движения мы должны] всегда таким образом собирать вместе два измерения, потому что каждый из этих квадратов [в верхнем и нижнем ряду] составлен из двух цветов и исчезает в цвете, который он сам не содержит. Чтобы эти квадраты [каждый раз снова] появлялись на другой стороне, мы заставляем их таким образом исчезать в третьем цвете. Красный и синий исчезают через зелёный, красный и зелёный не имеют синего, следовательно, исчезают через синий [, а зелёный и синий исчезают через красный].

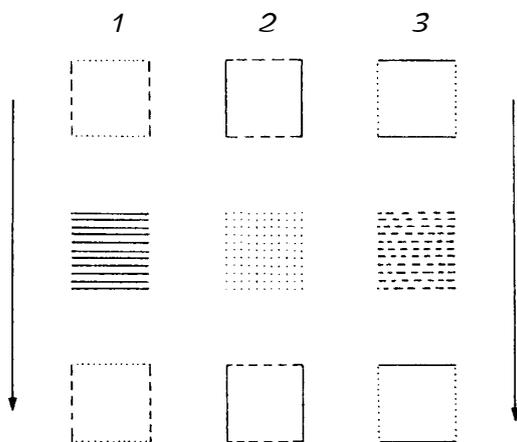


Рис. 27

Итак, вы видите, что здесь мы имеем возможность составить наш куб с помощью квадратов из двух цветовых измерений, проходящих через третье цветовое измерение.<sup>27</sup>

Теперь само напрашивается, чтобы мы вместо квадратов представили себе кубы, и притом кубы составили из трёх цветовых измерений — так же, как мы составили квадраты из двух видов окрашенных линий, — так что мы имеем три цвета в соответствии с тремя измерениями пространства. Если же мы хотим сделать то же самое, что мы проделали с квадратами, то должны учесть четвёртый цвет. Благодаря этому мы

точно так же [можем] заставить куб исчезать, конечно, лишь через один цвет, которого он сам не имеет. — Вместо трёх промежуточных квадратов мы имеем просто четыре промежуточных куба из четырёх цветов: синего, белого, зелёного и красного. Итак, вместо промежуточных квадратов мы имеем промежуточные кубы. Так вот господин Шоутен в своих моделях установил эти цветные кубы.<sup>28</sup>

Теперь же подобно тому, как мы дали возможность одному квадрату проходить через другой, который не содержит его цвета, так и сейчас мы позволим одному кубу проходить через другой, не содержащий его цвета. Так, бело-красно-зелёному кубу мы позволим проходить через синий. По одну сторону он погрузится в четвёртый цвет, а по другую сторону снова появится в своём [изначальном] цвете (рис. 28.1).

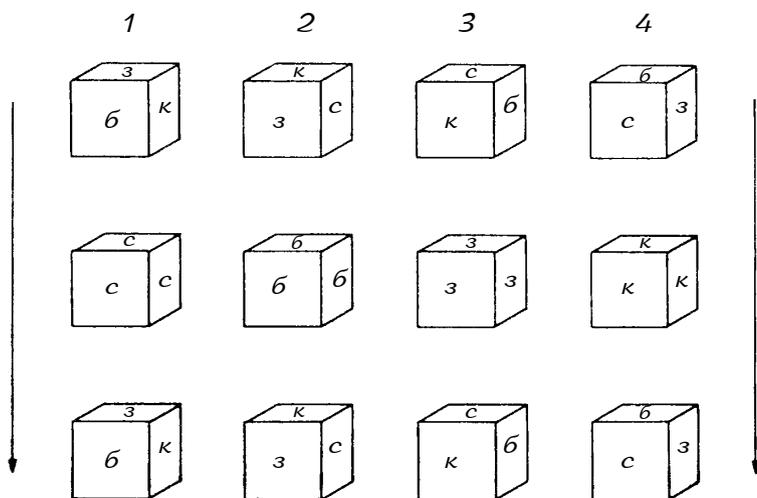


Рис. 28

(К рисунку: б — белый, к — красный, з — зелёный, с — синий)

Таким образом, мы имеем здесь одно [цветовое] измерение, которое ограничивают два куба, имеющих три цветовые

поверхности. Теперь мы таким же образом должны дать пройти зелёно-сине-красному кубу через белый куб (рис. 28.2), затем точно так же сине-бело-красному кубу — через зелёный (рис. 28.3). На последнем рисунке (рис. 28.4) мы имеем сине-зелёно-белый куб, который должен пройти через красное измерение, то есть должен исчезнуть в одном цвете, которого он сам не имеет, чтобы после этого вновь появиться на другой стороне в своём исконном цвете.

Эти четыре куба ведут себя точно так же, как перед этим — наши три квадрата. Если же мы уясним, что для ограничения куба мы используем шесть квадратов, то нам необходимо иметь восемь кубов<sup>29</sup>, чтобы ограничить аналогичное четырёхмерное образование — тессаракт<sup>30</sup> (den Tesseract). Как до этого мы получили три вспомогательных квадрата, означающих благодаря другому измерению лишь исчезновение, так мы получаем то же самое и здесь во всех двенадцати кубах, которые относятся друг к другу так, как и эти девять фигур на плоскости. Ибо с кубами мы проделали то же, что прежде совершили с квадратами, избирая всякий раз новый цвет, когда добавляли новое измерение к другим измерениям. Так вот, вообразим себе, что мы многоцветно-графическим способом изображаем некое тело, имеющее четыре измерения благодаря тому, что мы имеем четыре разных цвета по четырём направлениям, причём каждый [отдельный] куб имеет три цвета и проходит через четвёртый [цвет].

Смысл, получаемый этой заменой измерений на цвета, состоит в том, что, пока мы остаёмся в [трёх] измерениях, мы не можем три измерения ввести в [двумерную] плоскость. Но беря взамен три цвета, мы можем это осуществить. Точно так же мы совершаем это с четырьмя измерениями, когда хотим посредством четырёх цветов привести их к образному изображению в трёхмерном пространстве. Прежде всего, это некий способ, каким я хотел подвести вас к ещё более сложным

вещам, и который Хинтон использовал в своей проблеме [трёхмерного изображения четырёхмерного устройства].

Теперь я хотел бы ещё раз показать куб на плоскости, ещё раз переложить его на плоскость. Я хочу начертить это на доске. Не принимайте пока во внимание самый нижний квадрат (рис. 25), и вообразите себе, что вы можете видеть только двумерно, то есть можете видеть лишь развёрнутое на поверхности доски. Если, как в данном случае, мы соединим пять квадратов, чтобы они расположились так, что один квадрат оказывается в середине, то эта внутренняя поверхность остаётся невидимой (рис. 29). Вы можете обойти вокруг всех сторон. Вы не сможете увидеть квадрат 5, так как вы в состоянии видеть только в двух измерениях.

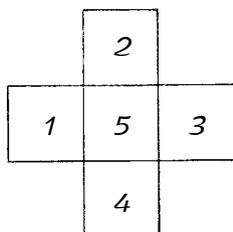


Рис. 29

Давайте теперь такую же вещь, какую мы устроили здесь с пятью из шести боковых квадратов куба, сделаем с семью из восьми пограничных кубов, образующих тессеракт, разложив наше четырёхмерное устройство в пространстве. Семь кубов я кладу по аналогии с тем, как я сделал это на доске с плоскостями куба; только теперь там, где мы прежде имели квадраты, мы имеем кубы. Тем не менее, мы получаем здесь соответствующее пространственное изображение, сформированное абсолютно аналогично. Этим полученное прежде для двумерной плоскости мы получили для трёхмерного пространства. Как прежде квадрат, так теперь полностью закрыт со всех

сторон седьмой куб, который не сможет видеть существо, имеющее способность [лишь] к трёхмерному созерцанию (рис. 30). Если бы мы смогли собрать вместе эти фигуры так, как шесть развёрнутых квадратов куба, то смогли бы перейти из третьего измерения в четвёртое. Мы показали, как можно создать об этом представление посредством цветовых переходов.<sup>31</sup>

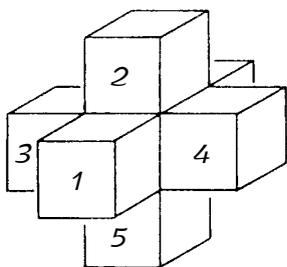


Рис. 30

Этим мы по крайней мере показали, как, несмотря на то, что люди могут воспринимать только три измерения, всё-таки можно представлять четырёхмерное пространство. И тут я хотел бы указать вам на нечто, называемое подлинной «алхимической тайной». Ибо истинное созерцание четырёхмерного пространства определённым образом связано со всем тем, что алхимики называли «метаморфозой».

[Первый вариант текста]: Тот, кто хочет приобрести истинное созерцание четырёхмерного пространства, должен делать вполне определённые упражнения на созерцание. Они состоят в том, что прежде всего он образует себе совершенно ясное наглядное созерцание (*Anschauung*), углублённое наглядное созерцание, не представление, того, что называют водой. Такое наглядное созерцание воды не так легко получить. Надо долго медитировать и очень тщательно углубляться в природу воды, надо, так сказать, вползать в природу воды. Во-вторых, надо добиваться наглядного созерцания природы света. Свет есть не-

что такое, с чем человек хотя и знаком, но знает его лишь таким, каким воспринимает снаружи. Так вот благодаря медитированию человек приходит к получению внутренней противоположности внешнего света и узнаёт, благодаря чему и откуда возникает свет, так что благодаря этому он сам может порождать, вырабатывать нечто подобное свету. Этой способностью — уметь производить, вырабатывать свет — овладевает через медитацию йог [эзотерический ученик]. Это умеет тот, кто действительно в состоянии дать присутствовать в своей душе чистым понятиям, кто действительно медитативно позволяет чистым понятиям воздействовать на душу, кто умеет мыслить независимо от чувственности. Тогда из понятия возникает свет. Теперь эзотерический ученик должен словно химически соединить наглядное созерцание, образованное им от воды, с наглядным созерцанием света. Вода, полностью пронизанная светом, есть тело, которое алхимики называют ртутью. Вода плюс свет на языке алхимиков называется ртутью (Mercurius). Но эта алхимическая ртуть (Mercur) не является обычной ртутью. [Сообщая], они сохранили эти вещи не в этой форме. Сначала надо пробудить в себе способность вырабатывать свет из [обращения с] самими [чистыми] понятиями. Ртуть — это смешение [света] с созерцанием воды, это пронизанная светом сила воды, во владение которой в таком случае перемещаешься. Это один элемент астрального мира.

Второй [элемент] возникает благодаря тому, что так же, как создаётся наглядное представление воды, создаётся наглядное представление воздуха, и что, таким образом, мы силу воздуха всасываем через духовный процесс. Когда вы [с другой стороны свою] эмоцию (Gefühl) определённым образом концентрируете в себе, вы через эмоцию вырабатываете, воспаляете огонь. [Когда вы словно связываете химически силу воздуха с огнём, произведённым через чувство], вы получаете «огненный воздух». Вы знаете, что в «Фаусте» Гёте говорится об огненном воздухе.<sup>32</sup> Это нечто такое, где должна сотрудничать душа человека. Итак, один элемент высасывается [из данной стихии, воз-

духа], другой [огонь или тепло] производится вами самими. Этот воздух плюс огонь алхимиков называли серой, серуфуром, светящимся огненным воздухом.

Если же этот светящийся огненный воздух вы имеете в водной стихии, то действительно получите ту [астральную] материю, о которой в Библии говорится: и Божественный Дух витал, или размышлял, над «водами».<sup>33</sup>

[Третий элемент возникает, когда] извлекают из земли силу и затем соединяют её с [духовными силами в] «звуке», тогда получают то, что [здесь] называется Божественным Духом. Отсюда же это называют «гром» («Donner»). [Действующий] Божественный Дух — это гром, это земля плюс звук. Божественный Дух [таким образом витает над] астральной материей.

Те «воды» являются не обычными водами, а тем, что, собственно, называют астральной материей. Астральная материя состоит из четырёх видов сил: воды, воздуха, света и огня. Астральному созерцанию размещение этих четырёх сил представляется как четыре измерения астрального пространства. Такими они являются в действительности. Просто в астральном это выглядит совсем иначе, чем в нашем мире. Многие, что воспринимается как астральное, есть лишь некая проекция астрального в физическое пространство.

Вы видите, что существующее астрально наполовину субъективно [это означает: дано в субъекте пассивно] — наполовину вода и воздух, ибо свет и эмоция [огонь] объективны, [то есть действительно проявлены субъектом]. Из существующего астрального мира можно лишь одну часть находить снаружи [как данную субъекту], получать из окружающего мира. Другую часть надо присоединять субъективно [с помощью собственной деятельности]. Из сил понятий и эмоциональных сил приобретаешь [из данных условий] другое посредством [деятельного] объективирования. Итак, в астральном мы имеем субъективно-объективное.

На девахане совсем нет никакой [данной только лишь для субъекта] объективности. Там владеешь полностью субъективным элементом.

Если мы говорим об астральном пространстве, то именно здесь мы имеем нечто, что человек должен вырабатывать только [из себя]. Так всё совершаемое нами здесь является символическим, [лишь] символическим изображением для высших миров, для деваханического мира, которые действительно существуют в таком роде, как я вам это изложил в этих обозначениях. Того, что таится в этих высших мирах, можно достичь только тогда, когда развиваешь в самом себе новые возможности созерцания. Для этого человек сам должен кое-что делать.

[*Второй вариант текста (Vegeahn):*] тот, кто действительно хочет добиться созерцания четырёхмерного пространства, должен делать вполне определённые упражнения на созерцание. Вначале он формирует совершенно ясное, углублённое созерцание. Такое созерцание так сразу получить нельзя, нужно очень детально погрузиться в природу воды; нужно, так сказать, вползти в воду. Затем приобретается наглядное созерцание природы света; свет хотя и известен человеку, но он знает только то, что он воспринимает его снаружи; посредством медитации он может получить внутреннюю противоположность, отражение света, узнать, откуда свет возникает, и даже может поэтому породить свет. Это может тот, кто действительно медитативно позволяет действовать на свою душу чистым понятием, кто обладает независимым от чувственности мышлением. Тогда весь окружающий мир ему открывается как текущий свет; и теперь словно химически он должен соединить с представлением света представление, созданное им о воде. Эта вода, всецело пронизанная светом, является телом, которое алхимики называют «ртутью». Но алхимическая ртуть не является обычной ртутью. Вначале надо пробудить в себе способность производить ртуть из понятия света. Ртуть, пронизанная светом, является тем,

в чьё владение в таком случае приходишь. Это один элемент астрального мира.

Второй элемент возникает благодаря тому, что таким же образом вы создаёте наглядное представление воздуха, затем через некий духовный процесс впитываете силу воздуха, соединяете её в себе с чувством, эмоцией, и таким образом возжигаете понятие «тепла», «огня», тогда вы получаете «огненный воздух». И так, один элемент впитывается, другой вы производите сами. Это — воздух и огонь — алхимики называли «серой», сульфуром, светящимся огненным воздухом. В водном элементе вы действительно имеете ту материю, о которой говорится: «И Божественный Дух парил над водами».

Третий элемент — это «Бог-Дух», это «земля», соединённая со «звуком». Это возникает именно тогда, когда из земли выделяют силы и соединяют со звуком. Та «вода» является не обычной водой, а тем, что, по сути дела, называют астральной материей. Астральная материя состоит из четырёх видов сил: воды, воздуха, света и огня. И это представляется как четыре измерения астрального пространства.

Вы видите, что являющееся астральным наполовину субъективно; только одну часть того, что является астральным, можно получить из окружающего мира; из сил понятия и эмоции через объективирование получают другое. На девахане получили бы полностью субъективный элемент, там нет никакой объективности. Так всё совершаемое нами здесь является символическим, неким символическим изображением для деваханического мира. Всё, что находится в высших мирах, может достигаться только благодаря тому, что вы сами развили в себе новые созерцания. Человек должен сам кое-что совершать ради этого.

## Пятый доклад

Берлин, 31 мая 1905 г.

В последний раз мы попытались получить некое представление о четырёхмерном пространственном образовании. Чтобы его продемонстрировать, мы свели его к трёхмерному. Вначале мы исходили из того, что трёхмерное пространственное образование превратили в двумерное. Вместо измерений мы применили цвета и выразили это представление так, что куб предстал в трёх цветах вдоль трёх измерений. Затем границы куба мы положили на плоскость и получили шесть квадратов разных цветов. Благодаря различию цветов отдельных сторон три разных измерения оказываются в двумерном пространстве. Мы взяли три различных цвета и этим представили три измерения.

Потом мы представили себе, что квадрат куба мы переводим в третье измерение так, словно переводим его сквозь цветной туман, и он вновь оказывается на другой стороне. Вместе с тем мы представили, что имеем промежуточные квадраты, а сквозь эти квадраты продвигаются квадраты куба и благодаря этому окрашиваются [цветом промежуточного квадрата]. Так [при помощи двумерного цветового изображения] мы пытались представить себе [трёхмерный] куб. Таким образом, [для одномерного изображения] поверхности мы имеем два граничных цвета, а [для двумерного изображения] куба — три цвета. В таком случае [для отображения четырёхмерного пространственного образования в трёхмерном пространстве мы должны] учесть четыре граничных цвета.

Таким же образом мы должны представить, что подобно тому, как наш квадрат имеет два разных цвета в качестве граничных сторон, куб имеет три разные цвета на своих граничных поверхностях. И, наконец, каждый куб передвигается сквозь другой куб, имеющий соответствующий четвёртый

цвет. Притом, мы заставляем его исчезнуть в четвёртом цветовом измерении. То есть соответствующие граничные кубы, по аналогии Хинтона, проходят сквозь новый [четвёртый] цвет, затем они снова появляются на другой стороне, всплывая в своём собственном [изначальном] цвете.

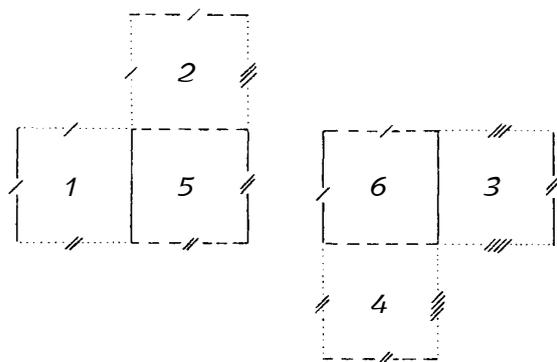


Рис. 31

Теперь я дам вам другую аналогию, но вначале снова приведу три измерения к двум, так что [потом] мы снова сможем привести четыре измерения к трём. Для этого представим себе следующее. Куб можно составить из шести граничных квадратов по его граничным поверхностям; но вместо того, чтобы, как ранее, производить развёртывание последовательно [соответственно] друг за другом, теперь осуществим его иначе. Впрочем, я нарисую этот рисунок (рис. 31). Вы видите, что мы теперь таким образом разложили куб на две системы, каждая из которых лежит на плоскости и состоит из трёх квадратов. Теперь мы должны выяснить, как расположатся эти разные области, когда мы действительно составим куб. Я вас прошу уяснить себе следующее. Если я снова хочу составить куб из этих шести квадратов, то должен обе эти части положить друг над другом так, чтобы квадрат 6 оказался рас-

положенным над квадратом 5. Так, если квадрат 5 окажется расположенным внизу, квадраты 1 и 2 я должен буду откинуть вверх, квадраты 3 и 4, напротив — откинуть вниз (рис. 32). Итак, мы получаем при этом некоторые соответствующие линии, совпадающие друг с другом. Линии, помеченные на рисунке одинаковым цветом [здесь одинаковым качеством штриховки и одинаковым числом штрихов], совпадут. Расположенное здесь на плоскости, в двумерном пространстве, несомненно, совпадает при переходе в трёхмерное пространство.

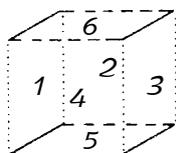


Рис. 32

Квадрат состоит из четырёх сторон, куб — из шести квадратов, а четырёхмерная область должна в таком случае состоять из восьми кубов.<sup>29</sup> Эту четырёхмерную область мы называем [по Хинтону] тессаракт (Tesseract). И дело заключается в том, чтобы эти восемь кубов можно было не просто снова собрать в один куб, а чтобы один [из этих восьми кубов] всегда можно было бы соответствующим образом провести через четвёртое измерение.

Если с тессарактом я хочу проделать теперь то же самое, что только что проделал с кубом, то я должен придерживаться того же закона. Речь идёт о том, чтобы найти аналогии трёхмерного в двумерном и затем четырёхмерного — в трёхмерном. Как сейчас я получил здесь две системы квадратов [по три] каждая, так у тессаракта оказывается то же самое с [двумя системами, состоящими из четырёх] кубов каждая, когда четырёхмерный тессаракт я разворачиваю в трёхмерное пространство. Система из восьми кубов придумана очень ост-

роумно. В таком случае это образование будет выглядеть так, (рис. 33).

Причём, всякий раз в трёхмерном пространстве эти четыре куба должны рассматриваться точно так же, как эти квадраты

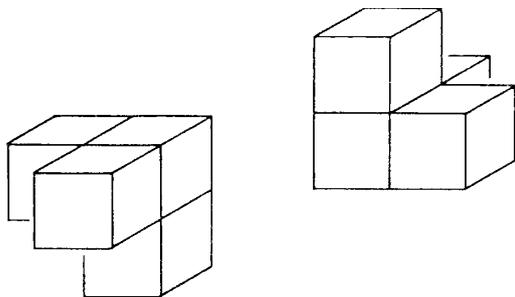


Рис. 33

в двумерном пространстве. Только вы должны посмотреть детально то, что я здесь сделал. При раскладывании куба в двумерное пространство появляется система из шести квадратов, при соответствующей процедуре с тессарактом мы получаем систему из восьми кубов (рис 34). Вместо трёхмерного пространства мы перевели рассмотрение на четырёхмерное пространство. [Откидывание кверху и соединение квадратов в трёхмерном пространстве соответствует откидыванию вверх и соединению кубов в четырёхмерном пространстве.] У разло-

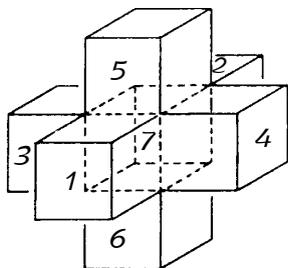


Рис. 34

женного куба [на двумерной плоскости] появляются различные соответствующие линии, совпадающие при более позднем новом складывании. Подобное происходит с плоскостями наших отдельных кубов тессаракта. [У разложенного тессаракта в трёхмерном пространстве у соответствующих кубов оказываются соответствующие плоскости.] То есть в случае тессаракта верхняя горизонтальная плоскость куба 1 — через наблюдение [посредничество] четвёртого измерения — совпала бы с передней плоскостью куба 5.

Подобным образом правая плоскость куба 1 совпадает с передним квадратом куба 4, и точно так же левый квадрат куба 1 — с передним квадратом куба 3 [так же как нижний квадрат куба 1 с передним квадратом куба 6]. Остаётся куб 7, окружённый шестью другими кубами.<sup>34</sup>

Вы видите, что здесь снова речь идёт о нахождении аналогий между третьим и четвёртым измерениями. Как пятый квадрат, окружённый четырьмя квадратами — как мы видели это на соответствующем рисунке предыдущего доклада (рис. 29), — остаётся невидимым для существа, созерцающего лишь двумерно, так и здесь это происходит с седьмым кубом: он остаётся скрытым для трёхмерного глаза. Этому седьмому кубу соответствует в тессаракте восьмой куб, который, так как здесь мы имеем четырёхмерное тело, располагается в четвёртом измерении как противоположность к седьмому.

Все аналогии сводятся к тому, чтобы подготовить нас к четвёртому измерению. Нас ничто не заставляет [в пределах одного лишь пространственного наглядного представления добавлять] к обычным измерениям другие измерения. Вслед за Хинтоном здесь мы тоже можем мысленно представить цвета и помыслить кубы связанными так, чтобы сходились соответствующие цвета. Едва ли руководство по поводу того, как должно быть представлено четырёхмерное образование, можно дать иначе [, нежели через такие аналогии].

Теперь я хотел бы рассказать о другом способе [изображения четырёхмерного тела в трёхмерном пространстве], который даст вам, пожалуй, дополнительную возможность лучше увидеть то, о чём здесь, по сути дела, идёт речь. Это октаэдр, ограниченный восьмью треугольниками, причём грани соединены друг с другом под тупыми углами (рис. 35).

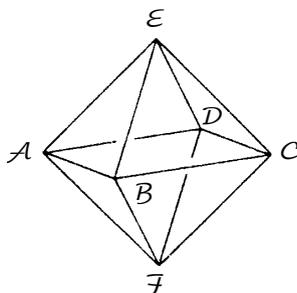


Рис. 35

Если вы представили себе здесь это изображение, то я прошу вас вместе со мной мысленно проделать следующую процедуру. Вы видите, что одна плоскость здесь всегда пересечена другой. Например, две боковые плоскости граничат друг с другом здесь в  $AB$  и две плоскости — здесь в  $EB$ . Вся разница между октаэдром и кубом находится в пограничном угле боковых сторон. Когда плоскости пересекаются, как у куба, [ортогонально], тогда возникает куб. Когда они пересекаются, как здесь, [под тупым углом], тогда возникает октаэдр. Дело в том, что, пересекая плоскости под самыми разными углами, мы получаем самые разные пространственные построения.<sup>35</sup>

Теперь представьте себе, что те же плоскости октаэдра вы могли бы привести к пересечению и по другому. Представьте, например, плоскость  $AEB$ , продолжив её во все стороны, а здесь — эту нижнюю  $BCF$ , (рис.36). Затем — точно так же лежащие сзади плоскости  $ADF$  и  $EDC$ . В таком случае эти плоскости затем пересекутся, а именно пересекутся они здесь

дважды симметрично. Если вы продлеваете таким образом эти плоскости, то [четыре изначальные граничные плоскости] отпадают:  $ABF$ ,  $EBC$  и сзади  $EAD$  и  $DCF$ . Итак, из восьми плоскостей остаются четыре. И тогда оставшиеся четыре дают этот тетраэдр, который также называют половиной октаэдра. Он является половиной октаэдра, потому что отсекает

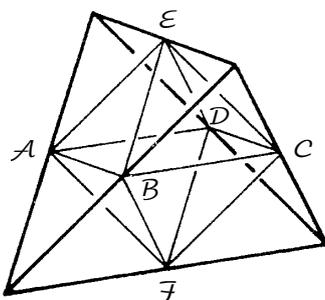


Рис. 36

половину плоскостей октаэдра. Это не означает, что октаэдр рассекается в середине. [Когда рассекают остальные четыре плоскости октаэдра, тоже возникает тетраэдр, который совместно с первым тетраэдром точно так же владеет октаэдром как общим строением сечения.] В стереометрии [геометрической кристаллографии] половиной обозначают не то, что делится пополам, а то, что возникает через деление пополам [определённого числа] плоскостей. У октаэдра это изобразить очень легко.<sup>36</sup>

Если вы представите себе так же разделённым пополам куб, то есть если пересекаете здесь одну поверхность соответствующей другой, то всё же снова получите куб. Половиной куба опять-таки является куб. Из этого я хотел бы сделать важное заключение, но прежде я обращусь к помощи кое-чего другого.<sup>37</sup>

Здесь я имею ромбовидный двенадцатигранник [ромбододекаэдр] (рис. 37). Вы видите, что плоскости граничат друг с другом под определённым углом. Однако здесь можно одно-

временно увидеть систему четырёх связей, которые я назвал бы осевыми связями, и их движение противоположно друг другу, [то есть они соединяют друг с другом определённые противоположащие друг другу углы ромбододекаэдра, следовательно, являются диагоналями]. Эти связи представляют собой систему осей подобно тому, как вы представили себе систему осей куба.<sup>38</sup>

Куб получаешь, когда при системе трёх взаимно ортогональных осей создаёшь плоскости сечения благодаря тому,

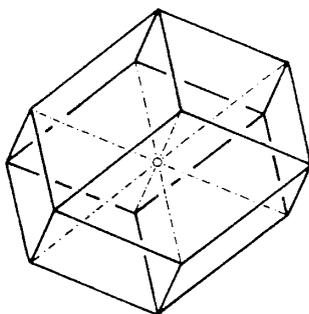


Рис. 37

что на каждой из этих осей возникает создание подпоров. Когда оси пересекаются под другим углом, тогда получаешь другое пространственное образование. Ромбододекаэдр имеет оси, пересекающиеся не под прямым углом.<sup>39</sup>

Куб [опять] становится половиной самого себя. Это, однако, действительно только для куба. Ромбододекаэдр, расчёрнённый на свои половинные плоскости, тоже становится другим пространственным образованием.<sup>40</sup>

Возьмём теперь отношение октаэдра к тетраэдру. Я хочу вам указать на то, что здесь имеется в виду. Это сразу бросается в глаза, когда мы постепенно переводим октаэдр в тетраэдр. Для этой цели возьмём тетраэдр, которому срежем углы, как это обозначено на одной вершине (рис. 38). Продолжим это, пока плоскости сечения не встретятся на рёбрах тетраэдр-

ра; тогда останется указанный октаэдр. Так из пространственного образования, ограниченного четырьмя плоско-

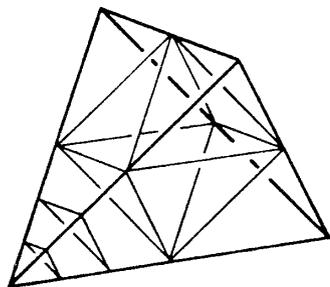


Рис. 38

стями, мы получаем, срезая соответствующие углы вершин, восьмистороннее образование.

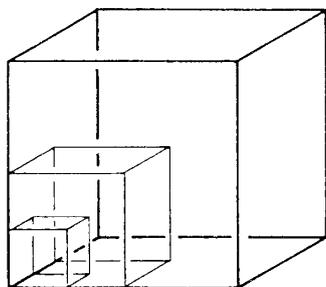


Рис. 39

То, что я сделал сейчас с тетраэдром, вы опять-таки не сможете сделать с кубом.<sup>41</sup> Куб имеет совершенно особые свойства, а именно — он эквивалент трёхмерного пространства. Представьте себе всеобщее мировое пространство расчлennнным так, что оно имеет три взаимно ортогональные оси. Если вы имеете плоскости, ортогонально расположенные к этим трём осям, то при всех условиях получится куб (рис. 39). Поэтому, желая теоретический куб представить в виде куба,

говорят: куб — это вообще эквивалент трёхмерного пространства. Так же, как тетраэдр является эквивалентом октаэдра, когда я привожу стороны октаэдра к определённым сечениям, так и отдельный куб есть эквивалент всего пространства.<sup>42</sup> Если вы вообразите себе всё пространство как положительное, то куб является отрицательным. Куб полярен всему пространству. В физическом кубе пространство имеет, по сути дела, своё соответствующее ему строение.

Теперь допустим, что я ограничиваю трёхмерное пространство не двумерными плоскостями, а ограничиваю его шестью сферами [то есть трёхмерными образованиями].

Сначала я ограничиваю двумерное пространство посредством того, что имею четыре соприкасающиеся друг с другом окружности [то есть двумерные образования]. Теперь представьте, что эти четыре окружности всё более увеличиваются [между тем радиус всё удлиняется и центр удаляется всё дальше]; в таком случае со временем каждая из них перейдёт в одну прямую линию (рис. 40). И тогда вместо четырёх окружностей вы получите четыре пересекающиеся прямые линии.

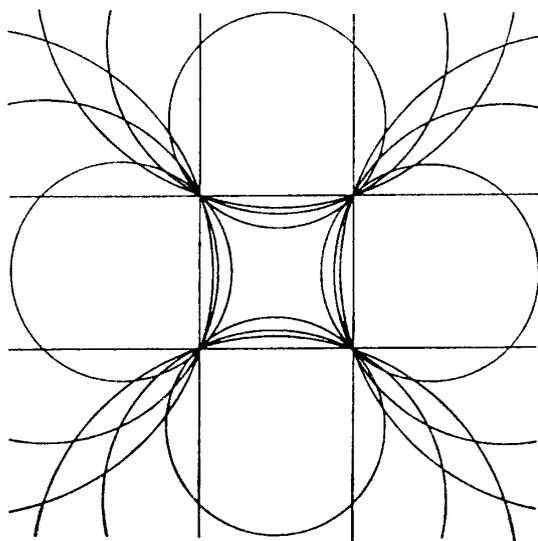


Рис. 40

Теперь вместо окружностей представьте себе сферы, а именно шесть сфер, чтобы они образовали некий род тутовой ягоды (рис. 41). Если мысленно вы проделаете со сферами то же, что и с окружностями, чтобы они приобретали всё больший диаметр, то эти шесть сфер, в конце концов, станут ограничивающими поверхностями одного куба так же, как четыре окружности превратились в ограничивающие линии одного квадрата.

Теперь куб возник благодаря тому, что у нас было шесть сфер, которые стали плоскими. Итак, куб есть не что иное, как частный случай шести сцепившихся сфер так же, как квадрат есть не что иное, как частный случай четырёх сцепившихся окружностей.

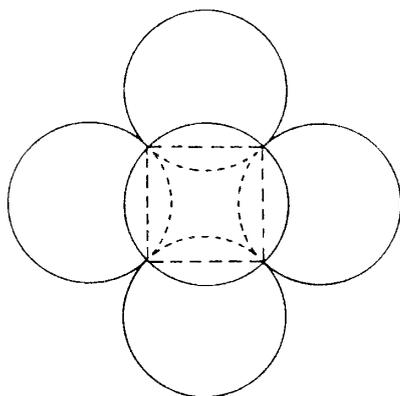


Рис. 41

Если вам ясно, что эти шесть сфер следует представить себе так, что, приведённые к плоскости, они соответствуют нашим прежним квадратам, если вы вообразите себе абсолютно круглое образование переведённым в прямое, то вы получите простейшую пространственную форму. Куб может быть представлен как выравнивание шести вдвинутых друг в друга сфер.

О точке окружности вы можете сказать, что она должна пройти через второе измерение, если она хочет прийти к какой-то другой [точке окружности]. Но если вы сделаете окружность такой большой, что она превратится в прямую линию, то каждая точка окружности может прийти к любой другой точке окружности через первое измерение.

Мы рассмотрели квадрат, ограниченный образованиями, каждое из которых имеет два измерения. Пока каждое из четырёх граничных образований является окружностью, оно двумерно. Каждое граничное образование, став прямой линией, одномерно.

Каждая граничная плоскость куба возникла из одного трёхмерного образования так, что у каждой из шести граничных сфер отнимается одно измерение. Значит, такая граничная плоскость возникла благодаря тому, что [у неё] третье измерение сокращается до двух, так сказать разгибается (*zurückgebogen*). То есть она утратила одно измерение. Так второе измерение возникло через утрату измерения глубины. Значит, каждое пространственное измерение в его возникновении можно представлять так, что оно лишено соответствующего более высокого.

Получая трёхмерное образование с двумерными границами при сокращении трёхмерных граничных образований до двумерных, мы должны заключить, что при рассмотрении трёхмерного пространства необходимо представлять себе каждое направление как выровненное, а именно выровненное из бесконечной окружности; так что, если бы вы продвигались в одном направлении, то назад возвратились бы из другого направления. Таким образом, каждое [обычное] пространственное измерение возникло благодаря тому, что оно утратило соответствующее другое [измерение]. В нашем трёхмерном пространстве заложена трёхосная система. Существуют три вза-

имно ортогональные оси, утратившие соответствующие другие измерения и ставшие в связи с этим плоскими.

Итак, распрямляя каждое из трёх осевых направлений, вы получаете трёхмерное пространство. Если поступаешь наоборот, то каждая пространственная часть может снова согнуться в себе. В таком случае возникает [следующий ход мыслей]: если вы изгибаете одномерное устройство, то получаете двумерное; посредством изгибания двумерного устройства вы получаете трёхмерное. Если же, наконец, вы изгибаете трёхмерное устройство, то получаете четырёхмерное устройство, так что четырёхмерное тоже может быть представлено как загнутое в себя трёхмерное.<sup>43</sup>

И этим я прихожу от мёртвого к живому. Через это изгибание вы можете найти переход от мёртвого к живому. Четырёхмерное пространство [при переходе в трёхмерное] выделено таким образом, что оно стало плоским. Смерть [для человеческого сознания] есть не что иное, как сгибание трёхмерного в четырёхмерное. [Для рассматривания физического тела самого по себе это переворачивается: смерть есть некое выравнивание четырёхмерного в трёхмерное.]

## Шестой доклад

Берлин, 7 июня 1905 г.

Сегодня я хотел бы по возможности завершить доклады о четвёртом измерении пространства, несмотря на то, что хочу теперь ещё детальнее показать одну сложную систему. Следуя Хинтону, я должен бы привести вам ещё много моделей; для этого я могу только отослать вас к трём обстоятельным и остроумным книгам.<sup>44</sup> Кто не обладает волей, чтобы составить образ путём аналогий так, как это имело место в предыдущих докладах, конечно, не составит себе никакого представления о четырёхмерном пространстве. Речь идёт о новом способе формирования мыслей.

Я хочу дать вам истинное отображение [параллельную проекцию] тессаракта. Вы знаете, что в двумерном пространстве мы имеем квадрат, ограниченный с четырёх сторон. Это (рис. 42) трёхмерный куб, ограниченный шестью квадратами.

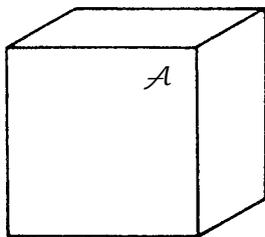


Рис. 42

В четырёхмерном пространстве мы имеем тессаракт. Тессаракт ограничен восьмью кубами. Следовательно, проекция тессаракта [в трёхмерное пространство] состоит из восьми вдвинутых друг в друга кубов. Мы видели, как в трёхмерном пространстве [соответствующие восемь] кубов могут поглощаться друг другом. Сегодня я покажу вам [другой] род проекции тессаракта.<sup>45</sup>

Представьте себе, что куб, на который падает свет, отбрасывает на доску некую тень. Рисунок его тени мы можем зафиксировать мелом (рис. 43). Вы видите, что при этом получается шестиугольник. Если же вы представите себе этот куб прозрачным, то должны бы обратить внимание на то, что на шестиугольной фигуре три передние и три задние стороны куба падают на одну и ту же поверхность.

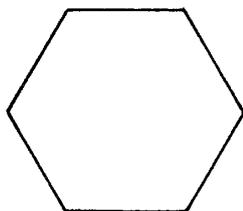


Рис.43

Теперь для получения проекции, которую мы можем применить к тессеракту, я прошу вас представить, что куб стоит перед вами так, что передняя точка  $A$  покрывает заднюю точку  $C$ . Всё это, если вы продолжаете представлять себе третье измерение, снова дало бы шестиугольную тень. Вместо этого я начерчу вам фигуру (рис. 44).

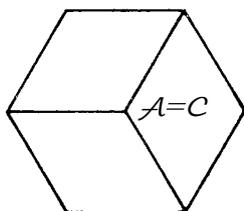


Рис.44

На представленном так кубе вы увидели бы три передние плоскости; другие плоскости находились бы сзади. При этом плоскости куба кажутся вам укороченными, а углы уже не прямыми. Так вы видите куб отобразённым таким образом,

что для поверхностного взгляда он кажется правильным шестиугольником. Так в двумерном пространстве мы получаем отображение трёхмерного куба. Так как благодаря проекции становятся укороченными грани и изменёнными углы, то [проекцию] шести граничных квадратов куба мы должны представлять себе в виде смещённых квадратов, в виде ромбов.<sup>46</sup>

Ту же процедуру, которую я проделал с трёхмерным кубом, спроецировав его на плоскость, мы проделаем с четырёхмерным пространственным образованием, которое мы должны, следовательно, поместить в трёхмерное пространство. Значит, устройство, составленное из восьми кубов, тессаракт, мы должны [через параллельную проекцию] ввести в третье измерение. У куба мы получили три видимые и три невидимые грани, которые все входят в пространство, но на плоскости [проекции] в действительности не находятся. Представьте-ка куб смещённым так, что из него возникает ромбокуб.<sup>47</sup> Взяв восемь таких устройств, вы получите возможность соединить восемь [граничных] кубов тессаракта так, что, сдвинутые вместе, они выявят восемь [дважды покрытых] ромбокубов этого пространственного образования [ромбододекаэдра] (рис.45).

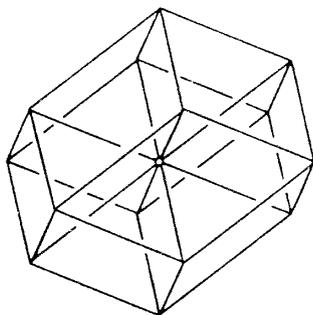


Рис. 45

Однако здесь вы имеете на одну ось больше, [чем у трёхмерного куба]. Соответственно этому четырёхмерное про-

странственное образование, конечно, имеет четыре оси. Итак, если мы для себя это сдвинем, то четыре оси остаются всегда. Притом, в эту проекцию вмещаются восемь [составленных] кубов, которые в ней представляются как ромбокубы. Ромбододекаэдр есть [симметричное] отображение или контур тессаракта в трёхмерном пространстве.<sup>48</sup>

Мы пришли [к этим отношениям] с помощью аналогии, которая, однако, вполне соответствует истине: так же, как на плоскости мы получили проекцию куба, можно и тессаракт фактически изобразить в двумерном пространстве с помощью проекции. Она проявляет себя подобно тому, как контур куба — по отношению к самому кубу. Я надеюсь, что это должно быть вполне понятно.

Я тотчас присоединился бы к Платону и Шопенгауэру, к величественной картине притчи с пещерой, которая, конечно же, об этом.<sup>49</sup>

Платон сказал: следует однажды представить себе, что в некоей пещере сидят люди, а именно все они привязаны так, что не могут повернуть голову, а могут лишь смотреть на расположенную напротив стену. Позади них находятся люди, проносащие мимо самые разные предметы. Эти люди и эти предметы являются трёхмерными. Итак, все эти [связанные] люди пристально смотрят на стену и видят на ней лишь теневое отображение этих предметов. Так и вы всё находящееся здесь в комнате тоже увидели бы на противоположной стене только в виде теней, в виде двумерных изображений.

Тут Платон говорит: так вообще происходит в мире. Люди действительно сидят в пещере. Ныне сами люди и всё остальное четырёхмерно, но то, что из этого люди видят, является лишь образами в трёхмерном пространстве.<sup>50</sup>

Таким образом представляются все вещи, которые мы вообще видим. Согласно Платону нам дано видеть не реальные вещи, а трёхмерные теневые изображения. Свою руку я вижу

только как теневое изображение — в действительности она четырёхмерна, и всё, что из этого люди видят, тоже является отображением этого, как и только что показанное мной отображение тессаракта. Итак, уже тогда Платон стремился объяснить, что знакомые нам тела на самом деле четырёхмерны и что в трёхмерном пространстве мы видим от них только теневые изображения. И это вовсе не является произвольным. В пользу этого я сейчас приведу вам доводы.

Каждый, конечно, сразу может сказать, что это голые спекуляции. Как вообще мы можем представить, что эти появляющиеся там на стене вещи имеют какую-то реальность? Представьте себе, что вы сидите здесь в первом ряду, и сидите совершенно неподвижно. А теперь вообразите, что вещи вдруг начали передвигаться. Вы не можете сказать, что изображения на стене могут передвигаться, не выходя из двух измерений. Если там что-то передвигается, то это указывает на то, что вне стены, у реальных объектов, должно что-то произойти, чтобы это вообще передвинулось. Так вы говорите себе. [Если представляешь, что] в трёхмерном пространстве объекты могут проходить рядом, мимо друг друга, то невозможно представить себе это в отношении их двумерных теневых изображений, мысля их себе материальными, то есть непроницаемыми. Если бы те, помысленные материальными изображения захотели передвигаться мимо друг друга, то они должны были бы выйти из второго измерения.

Пока на стене всё находится в покое, у меня нет причин делать вывод о каких-либо событиях вне стены, вне пространства двумерных теневых изображений. Но как только начинается история с движением, я должен исследовать, откуда приходит движение. И вы говорите себе, что изменение может происходить только от движения вне стены, оно может быть только следствием движения внутри третьего измерения.

Итак, изменение нам сказало, что, кроме второго, есть ещё и третье измерение.

Являющееся лишь образом тоже имеет определённую реальность, обладает вполне определёнными свойствами, но существенно отличается от реального объекта. Вы не сможете отрицать, что и зеркальный образ есть только образ. Вы видите себя в зеркале и, кроме того, вы также по-прежнему находитесь здесь. Если же тут [нет дополнительно] третьего, [то есть действующего существа], то на самом деле вы не сможете узнать, чем вы являетесь. Да, зеркальный образ делает те же движения, что и оригинал; образ зависит от реального объекта — существа; сам он не может обладать способностью [двигаться]. Итак, образ и существо можно различать благодаря тому, что только существо может осуществлять движения, изменения из себя самого. По теневым изображениям на стене я обнаруживаю, что сами по себе они не могут двигаться, значит, они не могут быть существами. Я должен выйти из них, если хочу прийти к существам.

Примените теперь это вообще к миру. Мир трёхмерен. Примите когда-нибудь для себя этот трёхмерный мир таким, каков он есть; мысленно охватите его [самого по себе] целиком, и вы обнаружите, что он остаётся неподвижным. Он по-прежнему останется трёхмерным, даже если вы представите себе его внезапно замёрзшим в определённый период времени. Но мир меняется от периода к периоду. Мир в следующие друг за другом периоды времени абсолютно разный. Представьте себе, что такие периоды времени отпали, так что существующее здесь остаётся. При отсутствии времени с миром не происходило бы вовсе никаких изменений. Мир остался бы трёхмерным даже в том случае, если бы вы не проделали никаких изменений. Образы на стене тоже остаются двумерными. Но изменение указывает на третье измерение. То, что мир непрерывно изменяется и что он остаётся трёхмерным

даже при отсутствии изменений, указывает на то, что изменение мы должны искать в четвёртом измерении. Основание, причину изменения, деятельность мы должны искать вне третьего измерения, и этим в настоящий момент вы уже открыли четвёртое из измерений. Но вместе с тем вы получаете оправдание и для образа Платона. Так мы воспринимаем весь трёхмерный мир как теневую проекцию четырёхмерного мира. Спрашивается только, как [в самом деле] нам следует воспринимать это четвёртое измерение.

Видите ли, мы должны, конечно, уяснить одно представление: невозможно, чтобы четвёртое измерение [непосредственно] попадало в третье. Этого не происходит. Четвёртое измерение не может попадать в третье. Вот теперь я хотел бы вам показать, как, кроме того, можно, так сказать, получить некоторое понятие о том, как преодолевают третье измерение. Представьте себе окружность — я уже пытался недавно вызвать в памяти подобное представление<sup>51</sup>, — если эту окружность вы будете представлять увеличивающейся всё больше и больше, то данная окружность (*ein Stück dieses Kreises*) становится все более плоской, и благодаря тому, что диаметр окружности становится, в конце концов, очень велик, окружность переходит наконец в прямую линию. Линия имеет одно измерение, а окружность — два. Как же вы из первого измерения снова получаете второе? Вы вновь получаете окружность через искривление прямой линии.

Если теперь вы представите себе поверхность круга вогнутой в пространство, то сначала вы получите чашу, а если продолжите это дальше, получите сферу. Так линия путём искривления приобретает второе измерение, и плоскость через искривление приобретает третье измерение. Если бы вы ещё смогли изогнуть куб, то должны были бы вогнуть его в четвёртое измерение, и получили бы [сферический] тессаракт.<sup>52</sup>

Сферу вы можете постичь как искривлённое двумерное пространственное образование. Шар, встречающийся в природе, — это клетка, мельчайшее живое существо. Клетка ограничивается шарообразно. В этом состоит различие между живым и безжизненным. Минерал возникает как кристалл, всегда ограниченный плоскими поверхностями; жизнь ограничена шарообразными поверхностями, построена из клеток. Таким образом, как кристалл построен из распрямлённых сфер, то есть плоскостей, так жизнь построена из клеток, следовательно, из изогнутых шаров. Разница между живым и мёртвым заключается в способе ограничения. Октаэдр ограничен восьмью треугольниками. Представив себе восемь сторон, составленных из шаров, мы получили бы нечто восьми-членное живое.

Если вы изгибаете как бы ещё раз трёхчленное образование, куб, то получаете четырёхмерное образование — сферический тессаракт. А изгибая всё пространство, вы получаете нечто, что относится к трёхмерному пространству так, как сфера относится к плоскости.<sup>53</sup>

Как куб, будучи трёхмерным образованием, ограничен плоскостями, так вообще каждый кристалл ограничен плоскостями. Существенное у кристалла — это соединение из [плоских] граничных поверхностей. Существенное у живого — это соединение из искривлённых плоскостей, из клеток. Соединение чего-то ещё более высокого было бы таким образованием, отдельные границы которого были бы четырёхмерными. Трёхмерное образование ограничено двумерными образованиями. Четырёхмерное существо, то есть живое существо, ограничено трёхмерными существами, шарами и клетками. Пятимерное существо само ограничено четырёхмерными существами, сферическими тессараками. Отсюда вы видите, что мы должны продвигаться от трёхмерных к четырёхмерным и затем к пятимерным существам.

Только мы должны себя спросить: что должно происходить у существа, являющегося четырёхмерным?<sup>54</sup> Вместе с тем внутри третьего измерения произойдёт изменение. Другими словами: если вы сюда на стену повесили картины, то картины эти двумерны, они остаются в общем неподвижными. Но если картины, которые передвигаются во втором измерении, вы переместили, то вы должны заключить, что причина этого движения может находиться только вне поверхности стены, что изменение, следовательно, указывает на третье измерение пространства. Если вы обнаруживаете изменения внутри самого третьего пространственного измерения пространства, то должны заключить, что в основе лежит четвёртое измерение, и этим мы приходим к существам, проделавшим некое изменение в пределах своих трёх пространственных измерений.

Это неправда, что мы вполне познали растение, если познали его только в его трёх измерениях. Растение изменяется непрерывно, и это изменение является существенным, более высоким отличительным признаком его самого. Куб пребывает; свою форму он изменяет только тогда, когда вы его разбиваете. Растение само изменяет свою форму, то есть существует нечто, являющееся причиной этого изменения, находящееся вне третьего измерения и проявляющее четвёртое измерение. Что это такое?

Посмотрите, если теперь вы берёте этот куб и изображаете его, то, желая начертить его по-разному в различные моменты, вы ничего бы не добились — он всегда останется тем же самым. Но когда вы изображаете растение и сравниваете картину с вашей моделью через три недели, вы видите, что она изменилась. Итак, эта аналогия вполне соответствует истине. Всё живое указывает на более высокое, в котором оно имеет своё истинное существование, и выражением этого высшего является время. Время — это симптоматическое выражение, явление оживлённости [понятое как четвёртое измерение] в

трёх измерениях физического пространства. Другими словами: все существа, для которых время имеет внутреннее значение, являются отображением четырёхмерных существ. Этот куб будет по-прежнему тем же через три года или шесть лет. Росток лилии изменится. Ибо для него время имеет реальное значение. Поэтому то, что мы видим в лилии, есть только трёхмерное отображение четырёхмерного существа лилии. Итак, время — это отображение, проекция четвёртого измерения, органической оживлённости, в трёх пространственных измерениях физического мира.

Чтобы уяснить себе, как следующее измерение относится к предыдущему, я прошу вас об этом поразмыслить: куб имеет три измерения; представив себе третье измерение, вы должны сказать, что оно перпендикулярно второму, а второе перпендикулярно первому. Три измерения отличаются тем, что они взаимно ортогональны. Однако, мы можем составить себе ещё и другое представление: как возникает третье измерение из следующего [четвёртого измерения]. Вообразите себе, что вы изменили куб, окрасив граничные поверхности и затем изменив эти цвета [определённым образом, как у Хинтона]. Такое изменение действительно осуществляется и оно совершенно точно соответствует изменению, которое претерпевает трёхмерное существо, когда оно переходит в четвёртое измерение, развивается в течение времени. Если в каком-то месте вы разрежали четырёхмерное существо, то это означает, что вы лишили его четвёртого измерения, уничтожили его. Если вы проделываете это с растением, то это то же самое, как если бы из растения вы делали отпечаток, гипсовый слепок. Вы это зафиксировали благодаря тому, что уничтожили четвёртое измерение, время. В таком случае вы получаете трёхмерное образование. Если четвёртое измерение, время, имеет существенное значение для какого-либо трёхмерного существа, то речь идёт о живом существе.

Теперь мы входим в пятое измерение. Тут вы можете себе сказать, что снова должны иметь границу, которая ортогональна к четвёртому измерению. О четвёртом измерении мы догадались, что оно относится к третьему подобно тому, как третье ко второму. О пятом измерении составить себе точно такой же образ нельзя. Но посредством аналогии вы снова можете создать себе приблизительное представление. Как вообще возникает измерение? Когда вы просто проводите линию, следующее измерение никогда не возникнет, если вы эту линию будете продвигать вперёд только в одном направлении. Только посредством представления, что у вас есть два противодействующих друг другу силовых направления, которые затем застаиваются в одной точке, только через проявление застоя, подпора, вы получаете новое измерение. Итак, новое измерение мы, пожалуй, можем рассматривать как новую линию подпора [двух силовых потоков], и мыслить себе одно измерение, приходящим один раз справа, другой раз — слева, как положительное и отрицательное. Таким образом, одно измерение я воспринимаю [как] полярный [в себе силовой поток], так что он имеет положительную и отрицательную компоненты измерения, и нейтрализация этих полярных силовых компонент и есть новое измерение.

Исходя отсюда, мы создадим себе представление о пятом измерении. Тут мы должны будем представить, что четвёртое измерение, обнаруженное нами как проявленное время, проявляет себя положительно и отрицательно. Возьмите теперь двух существ, для которых время имеет значение, и представьте таких двух существ, столкнувшимися друг с другом. В таком случае в качестве результата должно появиться нечто, подобное тому, о чём раньше мы говорили как о подпоре [противоположных] сил; и выступающее здесь как результат, когда в отношении друг с другом вступают два четырёхмерных существа, и есть их пятое измерение. Это пятое измере-

ние оказывается результатом, следствием обмена [нейтрализации полярных силовых действий], когда два живых существа посредством их обоюдного действия друг на друга порождают нечто, чего они не имеют снаружи [сообща в трёх обычных пространственных измерениях], не имеют сообща даже в [четвёртом измерении], во времени, но полностью имеют вне этих [обсуждавшихся до сих пор измерений или] границ. Это то, что мы называем сочувствием [или ощущением, восприятием], благодаря чему одно существо знает о другом, то есть познание [душевно-духовного] нутра другого существа. Никогда не могло бы одно существо что-либо знать о другом существе вне времени [и пространства], если бы вы не добавили ещё одно более высокое, пятое измерение, [то есть не вступили бы в мир] ощущения. Конечно, ощущение следует [понимать] здесь только как проекцию, как выражение [пятого измерения] в физическом мире.

Таким же образом развёртывать вам шестое измерение было бы очень трудно, поэтому я о нём только сообщу. [Если бы мы так продвигались дальше, то дали бы развиваться кое-чему как проявлению шестого измерения, которое,] будучи вложенным в трёхмерный физический мир, является самосознанием.

В качестве трёхмерного существа человек является таким, который имеет свою образность вместе с другими трёхмерными существами. Растение, сверх того, имеет ещё четвёртое измерение. По этой же причине вы никогда не найдёте в пределах трёх измерений конечное [собственное] существо растения, но от растения вы должны подняться к четвёртому измерению пространства [к астральной сфере]. Но если вы очень хотите постичь существо, обладающее ощущением, то вам необходимо подняться к пятому измерению [к нижнему девахану, к рупа-сфере]; а если бы вы захотели постичь существо, обладающее самосознанием — человека, то должны были бы

подняться к шестому измерению [к высшему девахану, к арупа-сфере]. Так человек, каким он сегодня нам предстаёт, в действительности является шестимерным существом. Названное здесь ощущением или сочувствием, а также самосознанием — это проекции пятого и соответственно шестого измерений в обычное трёхмерное пространство. Человек вдаётся в эти духовные сферы, хотя, по существу, и бессознательно; фактически в смысле вышеуказанного его можно переживать только там. Это шестимерное существо может прийти к самому представлению высших миров, только пытаясь избавиться от подлинно характерных черт низших измерений.

Я могу лишь обозначить вам причину, почему человек считает мир только трёхмерным: потому что в своих представлениях он как раз нацелен видеть в этом мире лишь отображение высшего. Стоя перед зеркалом, вы тоже видите лишь отображение самого себя. Так три измерения нашего физического пространства в действительности являются отражениями, вещественными отображениями трёх высших, причинных творческих измерений. Судя по этому, наш материальный мир имеет свой полярный [духовный] противоположный в группе трёх следующих по рангу вверх измерений, то есть в группах четвёртого, пятого и шестого измерений. И в подобном же смысле духовные миры, лежащие по ту сторону этой группы измерений, которые можно лишь предчувствовать, тоже полярно относятся к мирам четвёртого вплоть до шестого измерения.

Если у вас есть вода и вы её заморозили, то в обоих случаях присутствует та же ситуация, однако по форме они существенно отличаются. Подобный процесс вы можете представить для трёх высших измерений человека. Воображая себе человека только духовным существом, вы должны представить, что он имеет только три высшие измерения: самосознание, эмоцию (Gefühl) и время; и эти три измерения отражаются в физическом мире в тех трёх обычных измерениях.

Йог [эзотерический ученик], если он хочет продвигаться к познанию высших миров, должен постепенно заменить отражения действительностью. Например, рассматривая растение, он должен привыкать к тому, чтобы на место низших измерений ставить высшие. Если, рассматривая растение, он в состоянии у растения не принимать во внимание одно пространственное измерение, отвлечься от одного пространственного измерения, и вместо этого вначале представить себе нечто соответствующее высшему измерению, то есть время, то он фактически получит представление о том, чем является двумерное, понятое в движении, существо. Чтобы это существо было не только образом, а чем-то соответствующим реальности, йог должен был сделать ещё следующее. То есть, если бы он не принял во внимание третье измерение и добавил четвертое, то получил бы только нечто мнимое. Благодаря следующему вспомогательному представлению [можно, однако, помочь себе продвинуться дальше]: создавая из какого-либо живого существа кинематографическое изображение, мы убираем третье измерение в изначальных трёхмерных процессах, но посредством эпизодического ряда картин добавляем [измерение] времени. Если к этому [подвижному] представлению мы добавляем ещё ощущение, то совершаем процедуру, подобную той, которую я прежде описал вам как выгибание (Abkrümmen) трёхмерного образования в четвертое измерение. В таком случае благодаря этому процессу вы получаете четырёхмерное образование, но теперь такое, которое имеет два из наших пространственных измерений, а кроме того, ещё два высших, а именно время и ощущение. В действительности такие существа есть. И чтобы прийти к некоторому реальному завершению всего рассмотрения, я хотел бы назвать вам этих существ.

Представьте два измерения пространства, следовательно плоскость, и эта плоскость наделена движением. Теперь во-

образите себе изогнутое ощущением ощущающее существо, которое толкает перед собой двумерную плоскость. Такое существо должно очень отличаться от трёхмерного существа нашего пространства и действовать иначе. Это таким образом сконструированное нами плоское существо в одном направлении не замкнуто — полностью открыто, оно предоставляет вам двумерный вид; вы не можете ходить вокруг него, оно подходит к вам. Это существо света, и существо света есть ничто иное, как незамкнутость в одном направлении.

Кроме того, благодаря такому существу посвящённые знают других существ, которых они описывают как божественных вестников, приближающихся к ним в пламени огня. Описание Синая, когда Моисею были даны десять заповедей<sup>55</sup>, означает лишь то, что к нему действительно могло приблизиться существо, которое имело ощутимо для него эти измерения. Оно воздействовало на него, как человек, у которого было отнято третье пространственное измерение, оно действовало в ощущении и во времени.

Эти абстрактные образы в религиозных документах являются не только чувственными внешними образами, но мощной реальностью, с которой человек может познакомиться, если он в состоянии усвоить то, что мы пытались прояснить с помощью аналогий. Чем с большим усердием и энергией вы отдаётесь рассмотрению таких аналогий, чем старательнее погружаетесь, тем реальнее вы воздействуете на свой дух, и тем больше действуют в вас эти [рассмотрения] и пробуждают высокие способности. [Примерно так происходит при рассмотрении] аналогии отношения куба к шестиугольнику и тессаракта к ромбододекаэдру. Последний представляет собой проекцию тессаракта в трёхмерном физическом мире. Если вы наглядно представите себе эти фигуры, живыми сами по себе, если вы дадите вырасти кубу из проекции куба-шестигранника, и точно так же дадите возможность самому тессаракту

возникнуть из проекции тессаракта [ромбододекаэдра], то благодаря этому вы создадите себе в своём низшем мыслительном организме возможность и способность воспринимать только что описанное мной в качестве образов. И другими словами, если вы не только следили за мной, но проходили эту процедуру живо, как йог во время бодрственного сознания, то вы заметите, что в ваших сновидениях будет появляться нечто такое, что в действительности является четырёхмерным образованием, и в таком случае уже довольно просто перенести его в бодрственное сознание, и тогда у каждого четырёхмерного существа вы сможете видеть четвёртое измерение.

\*

Астральная сфера — это четвёртое измерение.

Рупа-девахан — это пятое измерение.

Арупа-девахан — это шестое измерение.<sup>56</sup>

Эти три мира: физический, астральный и небесный (деваханический) — включают шесть измерений. Ещё более высокие миры относятся к ним полярно.

\*

	<i>Минерал</i>	<i>Растение</i>	<i>Животное</i>	<i>Человек</i>
<i>Арупа</i>	Само- сознание			
<i>Рупа</i>	Ощущение	Само- сознание		
<i>Астральный план</i>	Жизнь	Ощущение	Само- сознание	
<i>Физический план</i>	Форма	Жизнь	Ощущение	Само- сознание
		Форма	Жизнь	Ощущение
			Форма	Жизнь
				Форма

# Четырёхмерное пространство

Берлин, 7 ноября 1905 г.

Наше обычное пространство имеет три измерения: длину, ширину и высоту. Линия простёрта в одном измерении, она имеет только длину. Доска является плоскостью, следовательно, имеет два измерения: длину и ширину. Тело простирается в трёх измерениях. Как же образуется тело из трёх измерений?

Представьте себе образование, не имеющее вовсе никакой размерности — это точка. Она имеет нулевое измерение. Когда точка движется и соблюдает одно направление, возникает прямая линия, одномерное образование. Если затем вы представите себе продвижение линии, то возникнет плоскость с длиной и шириной. Наконец, представив себе движение плоскости, вы опишите трёхмерное образование. Однако из трёхмерного тела мы уже не сможем тем же способом [посредством движения] создать четырёхмерное образование, четвёртое измерение. Мы должны попытаться образно представить себе, как можно прийти к понятию четвёртого измерения. [Некоторые] математики [и естествоиспытатели] соблазнились привести в соответствие с нашим чувственным миром духовный мир [, поместив духовный мир в четырёхмерное пространство], как например Цёлльнер (Zöllner).<sup>57</sup>

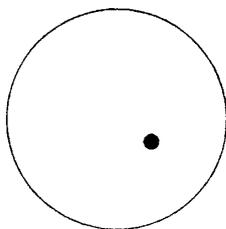


Рис. 46

Представьте себе круг. Он со всех сторон заключён в плоскость. Если кто-нибудь пожелает монету, расположенную вне

круга, поместить в круг, то надо будет перешагнуть окружность (рис. 46). Но в том случае, если вы не хотите касаться окружности, вы должны поднять монету [в пространство] и затем её положить. При этом вам необходимо выйти из второго измерения в третье. Если же мы хотим волшебным образом перенести монету в куб [или в шар], то мы должны [выйти из третьего измерения и] пройти через четвёртое измерение.<sup>58</sup>

Постигать, чем, собственно, является пространство, я начал в этой жизни, когда приступил к изучению новой [синтетической проективной] геометрии. Тут я понял, какое это имеет значение, когда переходишь от круга к линии (рис. 47). В интимнейшем мышлении души открывается мир.<sup>59</sup>

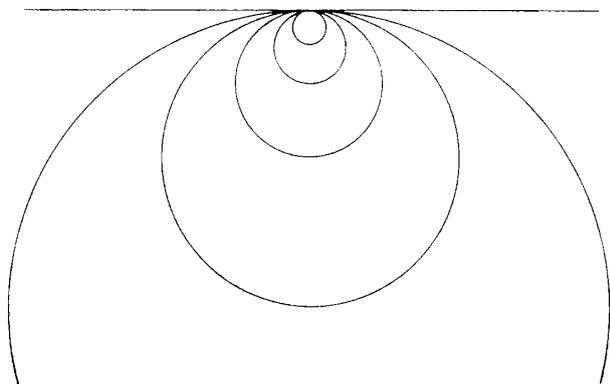


Рис.47

Теперь представим себе круг. Если мы следуем по окружности, то можем пройти по ней вокруг и возвратиться к первоначальной точке. Представим теперь круг возрастающим всё больше и больше, [причём мы удерживаем линию касания]. При этом он должен в конце концов перейти в прямую линию, становясь всё более пологим. [Когда я прохожу по возрастающей окружности, я всегда спускаюсь] вниз [в одну

сторону и затем снова поднимаюсь с другой стороны] вверх и назад к исходной точке. [Наконец, если я продвигаюсь по прямой линии вправо в бесконечность, то] я должен снова вернуться из бесконечности с другой [левой] стороны, так как прямая линия ведёт себя [относительно расположения своих точек], как окружность. Отсюда мы видим, что пространство не имеет никакого завершения [в том же смысле, в каком не имеет завершения прямая линия, то есть расположение его точек является таким же, как и у замкнутого в себе круга. Соответственно надо мыслить бесконечно распростёртое пространство замкнутым в себе так же, как замкнута в себе поверхность шара]. Этим вы представили бесконечное пространство [в смысле] некой окружности [или] сферы. Это понятие привело нас к реальному представлению пространства.<sup>60</sup>

Если же я представляю себе, что не просто иллюзорно продвигаюсь [в бесконечность], чтобы затем возвратиться [неизменно, с другой стороны], но мыслю, что здесь я имею излучающийся свет [видимый на линии из покоящейся точки], который становится всё слабее, когда я удаляюсь [со светом], и всё сильнее, когда я возвращаюсь [со светом из бесконечности]. И если помыслить, что этот свет действует не только положительно, но, приближаясь здесь [вновь] с другой стороны, усиливается, то получаешь [тут свойства] положительного и отрицательного.

У всех действий природы вы обнаружите эти два полюса, которые ничего иного собой не представляют, как противоположные действия пространства. Отсюда вы получаете понятие, что пространство есть нечто полное сил, и силы, действующие в нём, не являются ничем иным, как следствием самой силы. В таком случае мы не сможем усомниться, что внутри нашего трёхмерного пространства может находиться сила, действующая изнутри. Вы поймёте, что всё возникаю-

щее в пространстве основывается на реальных отношениях в пространстве.

Обдумав два связанных друг с другом измерения, мы приводим эти два измерения в отношение. Если вы хотите связать друг с другом два [замкнутых] кольца, то должны разомкнуть одно, чтобы ввести другое. А теперь я докажу себе внутреннюю многосторонность пространства тем, что этот образ [прямоугольной бумажной ленты] дважды оберну вокруг себя самой [то есть, удерживаю один конец, а другой конец перекручиваю на  $360^\circ$  и потом оба конца крепко соединяю вместе]. Я прочно соединяю бумажную ленту булавками и разрезаю её посередине. Теперь одна лента очень прочно висит на другой. Прежде это была только одна лента. То есть, одними лишь переплетениями ленты внутри трёх измерений я вызываю здесь то же самое, чего обычно я могу достичь [только] выходом в четвёртое измерение.<sup>61</sup>

Это не просто забава, а реальность. Если мы имеем здесь Солнце, а тут орбиту Земли вокруг Солнца, и здесь орбиту Луны вокруг Земли (рис. 48), то мы должны себе представить, что Земля движется вокруг Солнца и поэтому орбита Луны и орбита Земли точно так же переплетены, [как две наши бумажные ленты]. Так Луна [в ходе земного развития] выделилась из Земли. Это внутреннее выделение произошло таким же способом, [как осуществилось переплетение наших двух бумажных лент]. [Благодаря такому способу рассмотрения] пространство оживает.

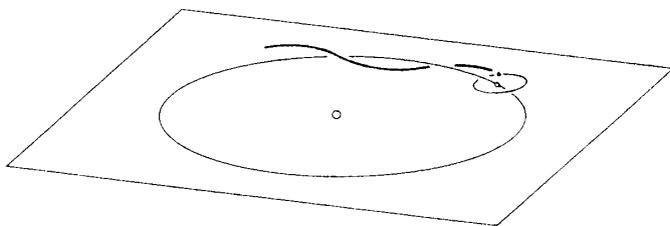


Рис. 48

Рассмотрим теперь квадрат. Представьте его движущимся [через пространство] так, что он образует куб. В таком случае квадрат должен продвигаться вперёд сам по себе (in sich selbst).

Куб составлен из шести квадратов, вместе они образуют поверхность куба. Для наглядного соединения куба сначала я положу шесть квадратов [на плоскость] рядом друг с другом (рис. 49). Я снова получаю куб, если поднимаю вверх эти квадраты. Затем я должен положить на них сверху шестой квадрат, проходя через третье измерение. Путём раскладывания я превратил трёхмерное образование в двумерное.

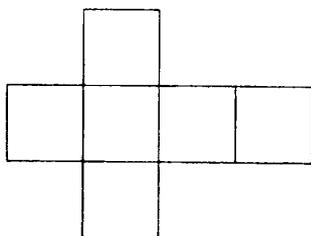


Рис. 49

Теперь представьте, что границами куба являются квадраты. Если я имею здесь трёхмерный куб, то он ограничен двумерными квадратами. Давайте возьмём лишь один квадрат. Он двумерен и ограничен четырьмя одномерными линиями. Каждую из четырёх линий я могу расстелить в одном единственном измерении (рис. 50). Одно измерение я рисую теперь красной [сплошной линией], а другое измерение я окрашиваю синим [пунктирная линия]. Теперь вместо того, чтобы говорить о длине и ширине, я могу говорить о красном и синем измерениях.



Рис. 50

Из шести квадратов я могу вновь составить куб. И так, я уже перехожу от числа четыре [количества боковых линий квадрата] к числу шесть [количества боковых плоскостей куба]. Продвигаясь ещё на один шаг, я от числа шесть [количества боковых плоскостей куба] прихожу к числу восемь [количества «боковых кубов» четырёхмерного образования]. Восемь кубов я располагаю теперь так, что благодаря этому в трёхмерном пространстве на двумерной плоскости возникает соответствующее образование на прежнем [образовании, построенном из шести квадратов] (рис. 51).

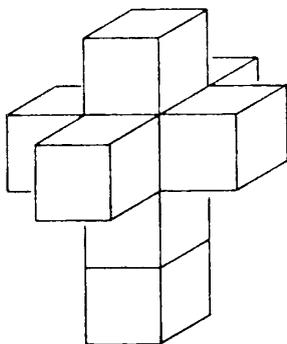


Рис. 51

Представьте себе, что я могу это образование вывернуть так, что действительно закручиваю его и складываю так, что накрываю всё образование восьмым кубом — в таком случае из восьми кубов я получаю четырёхмерное образование в четырёхмерном пространстве. Это образование называется [по Хинтону] — тессаракт. Как обычный куб в качестве своих граничных образований имеет шесть квадратов, так тессаракт, подобно этому, в качестве своих граничных образований имеет восемь кубов. То есть [четырёхмерный] тессаракт ограничен [восьмью] трёхмерными кубами.

Представьте себе существо, способное видеть только в двух измерениях, и теперь это существо созерцает разложенные

квадраты; оно увидит лишь квадраты 1, 2, 3, 4 и 6, но никогда — заштрихованный квадрат 5 в середине (рис. 52). То же самое происходит с вами в четырёхмерном образовании. [Так как вы в состоянии видеть только трёхмерные объекты, то] вы не сможете увидеть скрытый в середине куб.

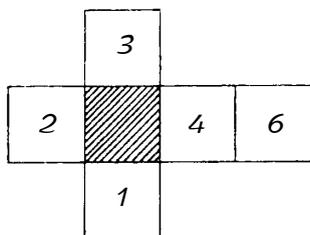


Рис. 52

Теперь представьте куб, нарисованный на доске так, [чтобы в качестве контура возник правильный шестиугольник]. Другой скрыт сзади. Это род силуэта, проекция куба на двумерное пространство (рис. 53). Этот двумерный силуэт трёхмерного куба состоит из ромбов, из наклонных четырёхугольников [параллелограммов]. Если вы вообразите куб, изготовленный из проволоки, то сможете увидеть и задние ромбы-четырёхугольники. Итак, здесь в проекции вы имеете шесть вдвинутых друг в друга ромбов-четырёхугольников. Вы можете таким образом набросать весь куб внутри двумерного пространства.



Рис. 53

Теперь представьте себе тессеракт, образованный в четырёхмерном пространстве. Если вы это образование набросаете

в трёхмерном пространстве, то получите четыре [взаимно не проникающих] ромбовидно смещённых, наклонных куба [параллелепипеда]. Один из этих ромбовидно смещённых кубов можно нарисовать так (рис. 54).

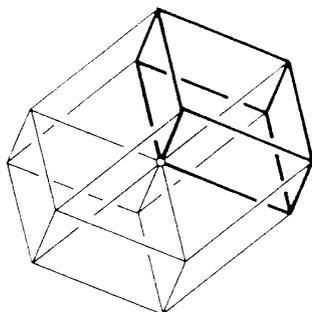


Рис. 54

Восемь таких смещённых ромбов-кубов [однако] необходимо вставить друг в друга, чтобы получить полную трёхмерную картину четырёхмерного тессаракта. То есть благодаря этому мы можем изобразить полный трёхмерный силуэт такого тессаракта с помощью восьми [подходящих] один к другому смещённых ромбов-кубов. [При этом в качестве пространственного образования получается ромбододекаэдр с четырьмя пространственными диагоналями (рис. 55). Как при изображении куба в виде ромбов оказываются взаимно вдвинутыми друг в друга по три непосредственно соседних ромба, то есть из шести поверхностей куба видны в проекции только три, так и при изображении ромбододекаэдра тессаракта предстают в качестве проекций восьми граничных кубов только четыре взаимно не пронизанных ромба-куба, поскольку четыре непосредственно соседних ромба-куба полностью перекрывают остальные четыре.<sup>62]</sup>

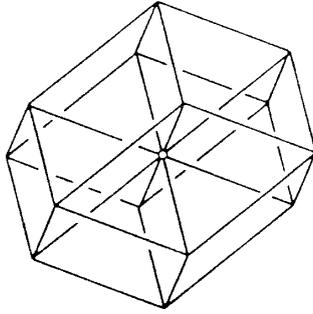


Рис. 55

Мы можем таким образом создавать трёхмерные силуэты четырёхмерного тела, хотя и не сам тессаракт. В том же смысле мы являемся тенями четырёхмерных существ. Так человек, поднимаясь от физического к астральному, должен развивать свою способность представления. Вообразим себе двумерное существо, старающееся [неоднократно и интенсивно] довольно живо представлять такой [трёхмерный] силуэт. Если оно в таком случае предаётся сну, то тогда пробиваются (...).

Когда в духе вы создаёте себе отношение третьего измерения к четвёртому, то в вас работают силы, которые вы заставляете заглядывать в [реальное, не математическое] четырёхмерное пространство.

В высшем мире мы всегда будем лишаться чувств, если здесь [в мире обычного сознания] не приобретём способностей [созерцания в высшем мире]. Как в материнском теле человек формирует глаза для созерцания в физически-чувственном мире, так же в материнском теле Земли он должен формировать [сверхчувственные] органы, тогда он родится в высшем мире [как видящий]. Образование глаз в материнском теле — это [проливающий свет] пример [для этого процесса].

Куб должен быть построен из измерений длины, ширины и высоты. Тессаракт необходимо строить из измерений длины,

ширины, высоты и четвёртого измерения.

Растение, прорастая, проламывает трёхмерное пространство. Каждое существо, живущее во времени, проламывает три [обычные] измерения. Время есть четвёртое измерение. Оно невидимо погружается в три измерения обычного пространства. Но воспринять его вы можете только с помощью ясновидческой силы.

Движущаяся точка создаёт линию; если передвигается линия, то возникает плоскость; а если движется плоскость, то возникает трёхмерное тело. Если же мы заставим двигаться трёхмерное пространство, то получим рост [и развитие]. Четырёхмерное пространство вы получаете благодаря тому, что время [проецируется в трёхмерное пространство как движение, рост и развитие].

В реальной жизни вы постоянно обнаруживаете [геометрическое рассмотрение при построении трёх обычных измерений]. Время располагается ортогонально к трём измерениям, оно является четвёртым, оно растёт. Если вы время внутри себя оживляете, то возникает ощущение. Когда вы умножаете, увеличиваете время в себе, когда вы его движете в себе самом, тогда вы получаете ощущающее животное существо, обладающее в действительности пятью измерениями. Человеческое существо имеет в действительности шесть измерений.

В эфирной области мы имеем четыре измерения [астральный план], в астральной области — пять измерений [низший девахан], а на [высшем] девахане — шесть измерений.

Так в вас возрастают в объёме [духовные] многообразия. Девахан, отброшенный как тень на астральное пространство, для нас является астральным телом; астральное пространство, отброшенное как тень на эфирное пространство, для нас является эфирным телом; и так далее.

Движение времени в одну сторону — это отмирание природы, в другую сторону — это возрождение. Две точки, когда

они переходят друг в друга, — это рождение и смерть.

Будущее непрерывно идёт нам навстречу. Если бы жизнь шла только в одном направлении, никогда не возникло бы ничего нового. Человек действительно обладает гениальностью — это его будущее, его интуиции, которые текут ему навстречу. Отработанное прошлое есть [поток, проходящий с другой стороны; оно определяет] существо [, каким оно стало до нынешнего времени].

## О многомерном пространстве

Берлин, 22 октября 1908 г.

Предмет, который сегодня нас будет занимать, создаст нам разнообразные трудности. Рассматривайте этот доклад как некий эпизод, но я читаю его в соответствии с высказанным пожеланием. Если стремишься осмыслить предмет в его глубинах лишь формально, необходима некоторая предварительная математическая подготовка. Но при желании понять предмет в его реальности требуется уже очень глубокое проникновение в оккультизм. Таким образом, сегодня мы можем говорить об этом лишь поверхностно, можем лишь дать импульс для того или иного.

Говорить о многомерности вообще очень трудно, потому что, желая представить себе воззрение о более чем трёх измерениях, необходимо вводить себя в абстрактные области, и здесь понятия должны осмысляться очень точно и строго, иначе придёшь к безграничному. И доходили до этого как многие сторонники, так и противники.

Понятие многомерного пространства ведь вовсе не так чуждо миру математиков, как обычно полагают.<sup>63</sup> В кругах математиков уже есть некое вычисление многомерным способом исчисления. Говорить об этом пространстве математик может конечно только в очень ограниченном смысле, он может рассматривать только возможность. Является ли оно реальностью, установить может только тот, кто в состоянии заглянуть в многомерное пространство. Здесь, разумеется, мы имеем дело с чистыми понятиями, с помощью которых, если только их точно осмыслить, действительно приобретёшь себе ясность по поводу понятия пространства.

Что такое пространство? Обычно говорят: пространство существует вокруг меня, я расхаживаю в пространстве и так далее. Кто хочет иметь отчётливое представление, тот дол-

жен, конечно, входить в некоторые абстракции. Трёхмерным мы называем пространство, в котором мы передвигаемся. Оно имеет измерение по высоте и глубине, направо и налево, вперёд и назад; оно имеет длину, ширину и высоту. Когда мы рассматриваем тела, для нас эти тела расплывчаты в этом трёхмерном пространстве, для нас они имеют определённую длину, определённую ширину и высоту.

Однако мы должны заняться деталями понятия пространства, если хотим прийти к более точному понятию. Посмотрим на простейшее тело — куб. Он наиболее отчётливо показывает нам, что такое длина, ширина и высота. Мы обнаруживаем основание куба, у которого равны длина и ширина. Продвигая основание по высоте, именно настолько, чтобы высота была равна ширине и длине основания, вы получите куб, который, следовательно, является трёхмерным образованием. По кубу мы лучше всего можем узнать о деталях трёхмерного образования. Исследуем границы куба. Повсюду они образуются поверхностями, которые ограничивают стороны одинаковой длины. Существует шесть таких поверхностей.

Что такое поверхность? Тот, кто не способен к совершенно чётким абстракциям, споткнётся уже здесь. Например, ни от одного воскового куба нельзя отделить границы в качестве тонкого воскового слоя. Ведь в этом случае всё-таки получаешь слой определённой толщины, значит, получаешь тело. Мы никогда не придём к границе куба таким образом. Истинная граница имеет только длину и ширину — и никакой высоты. Толщина исключена. Таким образом, мы приходим к формальному положению: Плоскость есть граница [трёхмерного образования], у которой отпадает одно измерение.

Что же является границей плоскости, например квадрата? Здесь мы снова должны принимать самую крайнюю абстракцию. [Граница плоскости] есть линия, имеющая только одно измерение — длину. Ширина исключена. Что же такое грани-

ца линии? Это точка, она совсем не имеет измерения. Итак, каждый раз получаешь границу образования, опуская одно измерение.

Следовательно, можно сказать (и это тот же ход мыслей, который проделали многие математики, особенно же Риман<sup>64</sup>, достигший здесь наибольшей полноты): Мы берём точку, которая совсем не имеет измерения, линию, имеющую одно измерение, плоскость, имеющую два измерения, и тело, имеющее три измерения. Тут математики спрашивали себя: Нельзя ли сказать чисто формально, что можно ещё добавить четвертое измерение? Тогда [трёхмерное] тело должно быть границей четырёхмерного образования, как плоскость является границей тела, линия — границей плоскости и точка — границей линии. Конечно, математик в таком случае продвигается ещё дальше: к пяти-, шести- и семимерным образованиям, и так далее. Мы получаем [любое, даже]  $n$ -мерное образование, [где  $n$  есть положительное целое число].

Неясность возникает в вопросе уже тогда, когда мы говорим: точка совсем не имеет измерения, линия имеет одно измерение, плоскость — два, а тело — три измерения. Что ж, такое тело, например куб, мы можем сделать из воска, серебра, золота и так далее. Судя по материи, они различны. Мы делаем их одинаковой величины, тогда они все занимают одинаковое пространство. Если вы удалите теперь всю материю, то останется только определённая часть пространства, являющаяся пространственным изображением тела. Эти части пространства, которые и заполнило вещество куба, [все между собой] одинаковы. Эти части пространства тоже имеют длину, ширину и высоту. Теперь мы можем представить себе эти кубы бесконечно пространственными и придём таким образом к некоему бесконечно обширному трёхмерному пространству. [Материальное] тело — это ведь только некая его часть.

Теперь спрашивается, можем ли мы такие совершаемые нами, исходя из пространства, понятийные соображения без оговорок распространить на высшие реальности? В действительности при этих соображениях математик считается только и именно с числами. Теперь спрашивается, возможно ли это вообще? Я хочу показать вам, какая большая путаница может возникать, когда считаются с пространственными величинами численно. Почему? Мне стоит сказать только одно: представьте себе, что вы имеете здесь квадратную фигуру. Эту фигуру, эту плоскость я могу расширять всё дальше по обе стороны и таким образом прийти к плоскости, безгранично растянувшейся между двумя линиями (рис. 56).

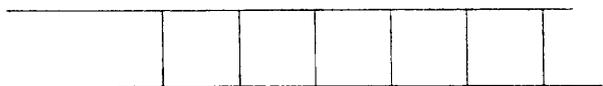


Рис. 56

Эти плоскости, однако, бесконечно велики, то есть являются  $\infty$ . Теперь вообразите себе кого-нибудь, кто слышит, что плоское пространство между этими двумя линиями бесконечно [велико]. Тут он, конечно, представит себе бесконечность. Если же вы говорите ему о бесконечности, то при этих условиях он может сформировать себе об этом довольно ложные представления. Представьте, что теперь я добавляю снизу [ещё по одному к каждому квадрату, то есть дополнительный ряд квадратов] бесконечно много квадратов, то я получу некую [другую] бесконечность, увеличенную на величину, равную первой (рис. 57). Значит, получится  $\infty = 2 \cdot \infty$ .

Таким же образом можно получить:  $\infty = 3 \cdot \infty$ .

Если вы учитываете числа, вы можете вообще использовать бесконечность с таким же успехом, как и конечность. Как истинно [то, что] пространство уже в первом случае было бес-

конечным, так же истинно и то, что позже было  $2 \cdot \infty$ ,  $3 \cdot \infty$  и так далее. Таким образом, мы здесь решаем численно.

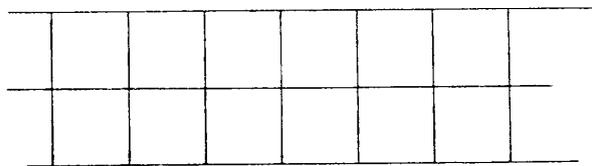


Рис. 57

Мы видим, что понятие бесконечности пространства [непосредственно примыкающее к числовому пониманию] вовсе не даёт нам никакой возможности проникнуть здесь глубже [в высшую действительность]. В действительности числа совсем не имеют отношения к пространству, они относятся к нему вполне нейтрально, как горох или какие-нибудь другие предметы. Ведь вы уже знаете, что в реальности через вычисление ничего не изменяется. Если кто-то имеет три горошины, то в этом он ничего не может изменить, даже если он правильно считает. [Вычисление]  $3 \cdot 3 = 9$  ещё не даёт девяти горошин. Одно голое размышление здесь ничего не изменяет, а вычисление и есть только голое размышление. Как, даже если умножают правильно, остаются три горошины [и в действительности не создано никаких девяти горошин], так же точно остаётся трёхмерное пространство, хоть математик и вычисляет: дву-, трёх-, четырёх-, пятимерное пространство. Вы почувствуете, что подобное математическое рассуждение имеет нечто весьма подкупающее. Однако это рассуждение лишь доказывает, что математик хоть и мог бы принимать в расчёт такое многомерное пространство, [но существует ли многомерное пространство фактически, то есть] законно ли такое понятие [для действительности], он не в состоянии разобраться. Это мы здесь и проясним со всей строгостью.

Теперь мы примем во внимание ещё несколько других, можно сказать, довольно проницательных, рассуждений со стороны математиков. Мы, люди, мыслим, слышим, чувствуем и так далее в трёхмерном пространстве. Представим-ка себе, что есть существа, способные воспринимать только в двумерном пространстве и организованные так, что они вынуждены всегда оставаться только на плоскости и не могут выходить из второго измерения. Такие существа вполне допустимы: они могут передвигаться [и воспринимать] только направо и налево [и назад и вперёд] и не имеют никакого восприятия того, что находится вверху и внизу.<sup>65</sup>

То же самое может происходить и с человеком в его трёхмерном пространстве. Он может быть организован лишь для трёх измерений так, что он не в состоянии воспринимать четвёртое измерение, которое, однако, даётся ему дополнительно точно так же, как для других даётся третье измерение. Математики теперь говорят, что человека вполне допустимо мыслить таким существом. Однако же опять можно сказать, что это, тем не менее, тоже лишь толкование. Это можно сказать определённо. Но всё-таки к делу надо снова подойти несколько детальнее. Этот вопрос не так прост, как в первом случае [с числовым пониманием бесконечности пространства]. Сегодня я намеренно привожу здесь лишь совсем простые рассуждения.

С этим выводом дело обстоит не так, как с первым чисто формальным [математическим] соображением. Здесь мы приходим к некоей точке, где можно зацепиться. Это верно, что можно представить существо, способное воспринимать лишь то, что движется на плоскости, и не имеющее никакого понятия о том, что есть ещё что-то вверху и внизу. Теперь представьте себе следующее: вообразите, что для существа в пределах плоскости появляется точка, конечно воспринимаемая, так как находится на плоскости. Если точка передвигается

только на плоскости, она остаётся видимой, если же она перемещается из плоскости наружу, то становится невидимой. Для существа плоскости она исчезла. Теперь вообразим, что впоследствии точка появилась вновь, то есть стала видимой, затем снова исчезла и так далее. Если существо не может проследить [выходящую из плоскости] точку, то оно может себе сказать: точка, однако, находилась где-то, куда я не могу заглянуть. Плоское существо теперь может совершить двойное. Переместимся-ка в душу этого плоского существа. Однажды оно могло бы сказать: существует третье измерение, в которое погрузился предмет, ибо он после этого затем снова всплыл. — Или же оно могло сказать: это совсем глупые существа, которые говорят о третьем измерении, предмет [в каждом случае] всегда исчезал, погибал и [каждый раз] опять заново возникал. — В таком случае надо всё же сказать: существо грешит против разума. Итак, если оно не хочет принимать непрерывное исчезновение и новое возникновение, оно всё-таки должно сказать себе: предмет исчезает, куда-то погружается, куда я не могу заглянуть.

Когда исчезает комета, она проходит через четырёхмерное пространство.<sup>66</sup>

Здесь мы видим то, что должны добавить к математическому рассмотрению. В сфере наших наблюдений должно находиться нечто, что всегда всплывает и снова исчезает. Для этого вовсе не надо быть ясновидящим. Если бы плоское существо было ясновидящим, то ему ведь и вывод [уже] не надо делать, — оно просто знало бы из опыта, что третье измерение есть. Для человека это точно так же. Пока он не ясновидящий, он должен себе говорить: я остаюсь в трёх измерениях, но как только я наблюдаю нечто, время от времени исчезающее и вновь появляющееся, справедливо сказать, что здесь есть четвёртое измерение.

Всё, сказанное здесь до сих пор, является бесспорным. И подтверждение слишком просто, чтобы человеку в его сегодняшнем ослеплённом состоянии совсем не пришло на ум согласиться с этим. Ответ на вопрос: есть ли нечто такое, что всегда исчезает и снова появляется? — такой лёгкий. Подумайте как-нибудь: в вас всплывает радость и затем снова исчезает. Невозможно, чтобы кто-нибудь, не будучи ясновидящим, когда-нибудь не воспримет её. Теперь то же самое ощущение всплывает вновь благодаря какому-нибудь событию. Что ж, как и плоское существо, вы могли бы вести себя по-разному. Либо [вы говорите себе,] что ощущение куда-то исчезло, где я не могу его проследить, или же [вы придерживаетесь взгляда, что] ощущение пропадает и всегда возникает заново.

Истиной как раз является то, что каждая мысль, исчезнувшая в бессознательное, есть доказательство того, что нечто исчезает и [затем] вновь появляется. В крайнем случае, против всего этого можно возразить следующее. Если вы в отношении такой уже понятной вам мысли стараетесь возражать всему, чему могло бы возражать материалистическое воззрение, вы делаете совершенно правильно. Я хочу привести здесь самое изощрённое возражение, все другие [возражения] очень легко опровергать. Например, говорится: всё объясняется чисто материалистически. Так я хочу показать вам, что в пределах материальных процессов кое-что довольно хорошо исчезает, после чего оно снова появляется. Представьте-ка себе: действует какой-либо паровой поршень, он всегда ударяет в одном и том же направлении. Пока действует сила, он воспринимается как поступательно движущийся поршень. Теперь допустим, что я противопоставляю некий совершенно такой же поршень, [но] действующий в противоположном направлении. В таком случае движение прекращается, наступает

состояние покоя. Таким образом, здесь фактически исчезло движение.

Соответственно этому здесь вполне можно сказать: ощущение радости для меня есть ничто иное, как только движущиеся в мозгу молекулы. Пока имеет место это движение, я ощущаю эту радость. Теперь допустим, что что-то другое вызывает в мозгу встречное движение молекул, тогда радость исчезает. Не правда ли, кто-нибудь, не слишком далеко идущий в своих рассуждениях, уже в этом случае мог бы найти вполне многозначительное возражение [в отношении наших вышеупомянутых рассуждений]. Но давайте посмотрим, как в действительности обстоит дело с этим возражением. Итак, точно так же, как исчезает движение [поршня] из-за встречного [движения поршня, движение молекул, лежащее в основе этого] ощущения, должно быть погашено встречным [движением молекул]. Что происходит, когда одно движение поршня гасит другое? В таком случае как раз исчезают оба движения. Второе движение тотчас тоже исчезает. Второе движение вовсе не может погасить первое, не гася [при этом] само себя. [Получается общее состояние покоя, не остаётся никакого движения.] Да, но тогда [новое] ощущение никогда не сможет погасить [уже существующее] ощущение, [не уничтожив себя]. Итак, какое-либо ощущение, существующее в моём сознании, никогда не смогло бы погасить другое, [не погасив при этом само себя]. Значит, это абсолютно ложное допущение, что [вообще] одно ощущение могло бы погасить другое. [Если бы указанное случилось, никакого ощущения бы не осталось и наступило бы полностью бесчувственное состояние.]

В крайнем же случае можно ещё сказать, что первое ощущение благодаря второму оттесняется в подсознание. Но тогда просто признаёшь, что существует нечто, не поддающееся нашему [непосредственному] наблюдению.

Сегодня мы совсем не принимали во внимание какие-либо ясновидческие наблюдения, а говорили лишь о чисто математических представлениях. Раз уж мы допустили возможность такого четырёхмерного мира, то спросим себя: есть ли возможность наблюдать что-либо [четырёхмерное], не являясь ясновидящим? — Да, но для этого мы должны прибегнуть к помощи способа проекции. Если у вас есть часть плоскости, то вы можете поворачивать её так, что теневое изображение, контур, превратится в линию. Так же из линии в качестве контура можно получить точку. Для [трёхмерного] тела контуром является [двумерная] плоскость. Точно так же мы можем сказать: значит, если мы ясно понимаем, что четвёртое измерение есть, то это совершенно естественно, когда мы говорим себе: [трёхмерные] тела являются теневыми изображениями четырёхмерных образований.



Рис. 58

Здесь мы чисто геометрически [просто снова] пришли к представлению [четырёхмерного пространства]. [С помощью геометрии] это однако возможно ещё и по-другому. Представьте себе квадрат, который ведь имеет два измерения. Если вы представите четыре ограничивающие его линии расположенными рядом [то есть развёрнутыми], то вы разложили в одно измерение [пограничные элементы] двумерного образования (рис. 58). Пойдём дальше. Представьте, что мы имеем линию. Поступая так же, как с квадратом, мы можем и её разложить, а именно на две точки [и этим мы разложили границы одномерного образования в нулевое измерение]. Куб вы тоже можете разложить, а именно на шесть квадратов (рис. 59). То есть здесь мы разложили куб на плоскости в отношении его границ, так что можем сказать: одна линия расклады-

ваются на две точки, плоскость — на четыре линии, а куб — на шесть плоскостей. Здесь мы имеем числовую последовательность: два, четыре, шесть.

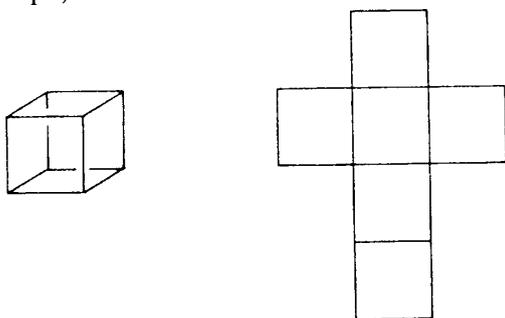


Рис. 59

Возьмём теперь восемь кубов. Как [вышеуказанные развёртки всякий раз] состояли [из] разложенных граничных элементов, так здесь восемь кубов составляют граничное образование четырёхмерного тела (рис. 60). [Развёртка этих] границ образует двойной крест, который, можно сказать, указывает на границы правильного [четырёхмерного] тела. [Это тело, четырёхмерный куб, называется по Хинтону тессарак-

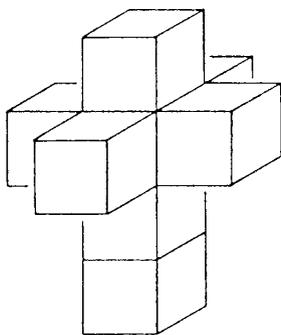


Рис. 60

том.] Таким образом, мы можем создать себе некое представление о границах этого тела — тессаракта. Мы получаем здесь то же представление о четырёхмерном теле, как и двумерное существо могло получить его о кубе, например посредством раскладывания [то есть развёртки] границ.



II

## Ответы на вопросы

1904 – 1922



## Ответ на вопрос

Берлин, 1 ноября 1904 г.

Господин *Шоутен* поставил несколько вопросов о четвёртом измерении.

Я намереваюсь прочитать доклад о четвёртом измерении и, следуя высказываниям гос. Шоутена, хотел бы там же попытаться привести некий взгляд на это четвёртое измерение. Будет лучше, если я буду говорить о четвёртом измерении, исходя в таком случае из непосредственного эксперимента.<sup>1</sup>

## Ответ на вопрос

Штутгарт, 2 сентября 1906 г.

Вопрос о работе «Я».

Есть работа над астральным телом, над эфирным телом и над физическим телом. Над астральным телом работает каждый человек: всякое нравственное воспитание есть работа над астральным телом. Даже когда человек приступает к своему посвящению, к оккультному обучению, он должен ещё много работать над своим астральным телом. При посвящении начинается усиленная работа над эфирным телом [посредством заботы об] эстетическом удовлетворении и о религии. Посвящённый осознанно работает над эфирным телом.

Астральное сознание в определённом отношении четырёхмерно. Чтобы составить себе об этом примерное представление, следует сказать следующее: мёртвое имеет тенденцию оставаться в своих трёх измерениях. Живое непрерывно выходит за пределы трёх измерений. Растущее получает четвёртое измерение в своём третьем измерении благодаря своему движению. Если кто-то движется по окружности [и окружность при этом становится всё больше], то, в конце концов, он всё же придёт к прямой линии (рис. 61). Но с [движением вдоль] этой линии мы уже не [можем] вернуться к нашей исходной точке, потому что наше пространство трёхмерно. В астральном пространстве всё-таки возвращаешься, так как астральное пространство замкнуто со всех сторон. Уйти в бесконечность там нет никакой возможности.<sup>2</sup>

Физическое пространство открыто для четвёртого измерения. Высота и ширина суть два измерения, третье измерение есть выдвигание и вынос в четвёртое [измерение].<sup>3</sup> В астральном пространстве господствует другая геометрия.

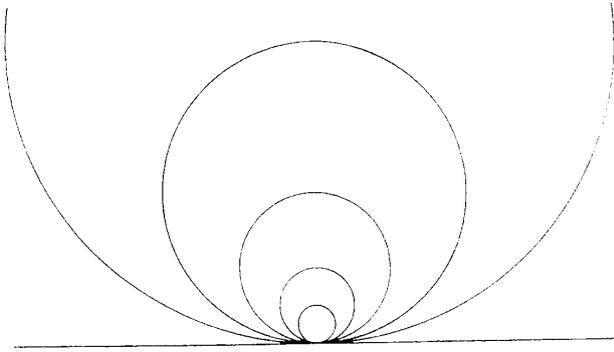


Рис. 61

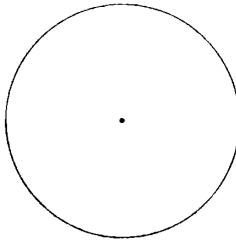


Рис. 62

## Ответ на вопрос

Нюрнберг, 28 июня 1908 г.

*Вопрос:* Так как время имеет некое начало, то можно предположить, что и пространство ограничено. Как дело обстоит с этим?

Это очень трудный вопрос, поскольку у большинства людей могут быть сегодня не развиты основы, необходимые для понимания этого ответа. Надо сказать, что ответ следует принять просто как сообщение; конечно, придёт время, когда человек всё это поймёт. Пространство физического мира со своими тремя измерениями, когда человек его [только] мыслит, очень иллюзорное понятие. Обычно ведь представляют себе, что пространство должно быть ограничено, как-то заключено досками, или что его следует мыслить уходящим в бесконечность.

Эти два понятия [бесконечность и конечность или ограниченность пространства] выдвинул Кант и показал, что можно приводить что-то за и что-то против этих двух понятий.<sup>4</sup>

Но так просто судить нельзя. Поскольку вся материальность существует в пространстве и вся материальность есть уплотнение в духе, то уже понятно, что можно получить ясность о пространстве, если только продвинешься из обычного физического мира в астральный.

С этим связано нечто особенное, что всё-таки предчувствовали наши математики, не являющиеся ясновидящими. А именно: когда мы представляем прямую в пространстве, кажется, что она словно уходит в бесконечность по каждому из обоих направлений, если продлить её в нашем пространстве в направлении обеих сторон. Лишь только прослеживаешь эту линию в астральном, то видишь, что в астральном она изогнута, и что, проходя в одну сторону, снова возвращаешься с другой стороны так же, как проходя по окружности.<sup>5</sup>

Когда окружность всё больше увеличивается, время, используемое для прохождения, необходимое для прохождения, всё больше возрастает; наконец, часть окружности уже идентична прямой линии, когда хочешь пройти такую гигантскую окружность. И так обнаруживаешь, что очень плоская линия окружности лишь незначительно отличается от прямой линии.

На физическом плане невозможно снова вернуться; на астральном плане действительно вернёшься снова с другой стороны, так как пространство, являясь прямым по своим направлениям на физическом плане, на астральном — изогнуто, а значит, приходя в астральное, имеешь дело с совсем другими пространственными отношениями.<sup>6</sup>

Итак, можно сказать: пространство не иллюзорное образование, а замкнутая в себе сфера.<sup>7</sup> А то, что человеку кажется физическим пространством, есть лишь некий род «...» и некий отпечаток заключённого в себе пространства.

То есть, нельзя сказать, что пространство где-то заколочено досками, но — пространство замкнуто в себе, ибо всегда снова возвращаешься к исходной точке.

## Ответ на вопрос

Дюссельдорф, 21 апреля 1909 г.

*Вопрос:* Следует ли представлять себе духовные иерархии вместе с понятием пространственности, когда говорится о подвластных им территориях?

О человеке мы можем говорить, что существо этого человека изживает себя в пределах пространства. Но и само пространство, мысля оккультно, надо представлять себе как нечто созданное творчески. Это творение лежит *перед* деятельностью и воздействиями высших иерархий; мы можем предполагать пространство таким образом. Однако, высшую Троицу мы не можем представлять пространственно, так как пространство есть тоже её творение. [Духовных] существ, конечно же, мы должны себе представлять вне пространства; пространство есть нечто созданное. Но действия иерархий, как и действия человека, в нашем мире пространственно ограничены. То, что движется в пределах пространства, суть другие иерархии.

*Вопрос:* Применимо ли время к духовным процессам?

Несомненно. Но высочайшие духовные процессы у человека приводят к идее, что они протекают вне времени. Деятельность иерархий существует вне времени. — О возникновении времени говорить трудно: в слове «возникновение» уже содержится понятие времени; скорее надо бы сказать: *существование* (*Wesen*) времени — и об этом не так легко говорить. Времени бы не было, если бы все существа находились на одинаковой ступени развития. Время возникает через взаимодействие какой-то суммы низших и какой-то суммы высших существ. В вечности возможны различные степени развития; благодаря их взаимодействию становится возможным время.

*Вопрос:* Что такое пространство?

Троицу надо представлять без пространства, ибо пространство, конечно, является продуктом Троицы. Оно как таковое есть нечто созданное. Оно принадлежит нашему миру.

Пространство имеет значение только для того, что развивается в пределах земного бытия. Между рождением и смертью человек замкнут от духовного в пространство и время прямо таки, как червь под землёй.

Время — это вечное пребывание наивысших состояний человека. О понятии возникновения времени, о сущности времени вообще говорить нелегко. Тут во внимание принимаются тонкие вещи. Время получает значение только с отделением древней Луны от Солнца. Всё внешнее существует в пространстве, всё внутреннее протекает во времени. Оба устремляются к нам границу.

Времени бы не было, если бы все существа в мире находились на одинаковой ступени развития. В вечности можно представлять себе степени развития одинаковыми. Понятие времени возникает вследствие того, что они стали разными, и вследствие того, что взаимодействовало много степеней развития.

Развитие имеет место и у божества. В ходе развития развивается даже само понятие развития.

## Ответ на вопрос

Дюссельдорф, 22 апреля 1909 г.

О трёхмерном пространстве можно получить некое представление. В школе Платона есть важный тезис: Бог геометризует.<sup>8</sup> Основные геометрические понятия пробуждают ясновидческие способности.<sup>9</sup> В геометрии положения доказывается, что на окружности повсюду существует та же самая точка: бесконечно удалённая точка справа есть та же, что и исходная точка слева. Это означает: в конце концов мир есть сфера, возвращаешься к исходной точке.<sup>10</sup> Если я беру геометрические теоремы, то они превращаются в понятия предела.<sup>11</sup> Трёхмерное пространство вновь достигает своей точки. Поэтому в астральном точка *A* действует на точку *B* без контакта.<sup>12</sup>

Когда для достижения духовного допускают, что материя становится всё тоньше и тоньше, вводят в теософию материализм. Посредством этого не доходят до духовного, но через такие представления, как точка *A* — точка *B*, догадываются о представлениях четвёртого измерения.

В качестве примера мы можем представить себе орехотворку<sup>13</sup> с тонкой талией (рис. 63), когда в середине отсутствует [физическая] связь и две части движутся вместе, связанные только через [астральное] воздействие. Расширьте понятие: много областей влияния (рис. 64) в многомерном пространстве.

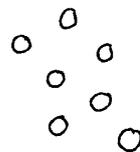
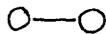


Рис. 63 и 64

## Ответ на вопрос

Берлин, 2 ноября 1910 г.

Формулировка вопроса не сохранилась.

Растение имеет четыре измерения; в направлении четвёртого измерения действует снизу вверх сила, противопоставленная силе тяжести; благодаря этому в растении могут подниматься соки. Листья ведут себя безучастно в отношении двух горизонтальных направлений; это, скомбинировавшись с восходящим направлением, даёт спиральное расположение листьев. Через четвёртое измерение у растения таким образом ликвидируется направление вниз, та самая сила тяжести. [Благодаря этому растение может свободно двигаться в одном направлении пространства.]

[Животное имеет пять измерений. При этом четвёртое и пятое измерения противостоят двум другим измерениям.] [Вследствие этого] у животного упразднены два измерения, поэтому оно может свободно передвигаться по двум направлениям.

[Человек — шестимерное существо. При этом четвёртое — шестое измерения противостоят остальным трём измерениям.] Человек [поэтому] обладает тремя [пространственными] измерениями, он может передвигаться в трёх направлениях.<sup>14</sup>

## Ответ на вопрос

Базель, 1 октября 1911 г.

*Вопрос:* Что такое электричество?

Электричество — это свет в подматериальном состоянии. Здесь свет сжат сильнейшим образом. Свету должна быть также придана внутренняя сущность, в каждой точке он является самим собой. Тепло может распространяться по трём направлениям пространства, у света мы должны говорить о четвёртом направлении. Он расширяется четырёхмерно; внутреннюю сущность он имеет как четвёртое.<sup>15</sup>

## Ответ на вопрос

Мюнхен, 25 ноября 1912 г.

*Вопрос:* Достигнуто ли что-либо на духовнонаучном пути выше четвёртого и более высоких измерений?

Это нелегко довести до понимания. Человек исходит из того, что ему известно из физически-чувственного мира, в котором пространство имеет свои три измерения. Тем что математик аналитически может расширять представления о трёхмерном пространстве, он создаёт себе представления, по крайней мере теоретически, о четвёртом и более высоких измерениях благодаря переменным величинам. И благодаря этому прежде всего в математическом мышлении можно говорить о более высоких многообразиях.<sup>16</sup>

Если кто-то доверился этим вещам, то есть, кому это по душе и кто одновременно доверился математике, для того выявится многое. Следует указать на Симони (Simony) в Вене.<sup>17</sup>

Пока это только в представлении; созерцание приходит, как только вступаешь в духовный мир. Здесь существует реальная необходимость сразу же освоиться с более чем тремя измерениями. Ибо всё, что представляется образно, то есть ещё с характерной внутренней чертой трёх измерений, есть ничто иное, как отражение собственных душевных процессов. Ибо в высших мирах существуют совсем другие пространственные отношения, если их вообще можно называть пространственными отношениями.

То же самое и в отношении времени. Это прежде всего должны учитывать те, кто всегда говорит — и ведь таких замечательных возражений случается очень много, — кто всегда говорит: „Что же даёт эту уверенность, что всё утверждаемое здесь не является галлюцинациями?“

То, что в области духовной науки вообще работают с вещами, являющимися чем-то совсем другим, нежели галлюцинации — это во внимание не принимается. Этот вопрос даёт возможность дополнить сказанное в докладе (ибо невозможно, конечно, сказать в нём всё, и доклад сегодня всё-таки очень долго продолжался), а именно указать на изменение, которое претерпевают вещи в отношении времени и пространства, когда они попадают в духовный мир.

Если образы, словно отправленные вниз в подземный мир, возвращаются снова, то это возвращающееся в общем лишь тогда получает какой-то смысл, когда его считают многомерным. Но тогда это так же естественно и само собой разумеется, как и трёхмерное в чувственном мире. Поэтому именно обычная геометрия не годится для вещей духовного мира.

Для математиков необходимо сказать, что умозрительные рассуждения о четвёртом измерении начинают потом обретать реальную ценность. Однако, [высшие измерения пространств] открывают обычно только как обобщение [трёхмерного евклидова наглядного пространства, и развивают их] не из реальности, которой эти [открытые пространства] не вполне соответствуют. В таком случае, по сути дела, необходима ещё лучшая математика, если хотят что-либо принять в расчёт в вещах, с которыми имеет дело духовный исследователь.

Но здесь на этот вопрос ещё можно ответить положительно. Корреляции со сверхчувственным миром, даже представления бесконечности, господствующие в математике, становятся реальностью, и именно вещи из граничной области математики. Например, я знаю из собственного опыта, что понимание чрезвычайно важного свойства астрального я получил как внезапную вспышку в то время, когда — уже много лет тому назад — занимался в высшей школе новой [синтетической, практической] геометрией, какой её знали тогда, и аналитической механикой.<sup>18</sup>

Отношение к представлению о том, что бесконечно удалённая точка слева тождественна с бесконечно удалённой точкой справа на бесконечно [вытянутой] прямой, что прямая [относительно расположения её точек] в реальности есть окружность, и что, если только не лишишься дыхания и достаточно долго пробежишь вдоль прямой, то снова возвратишься по другую сторону.<sup>19</sup>

Это можно только осознавать, но из этого не [следует] делать выводы; в духовном исследовании выводы ни к чему не приводят. Надо позволить вещам действовать на себя, это ведёт к познанию сверхчувственного мира.

Как и вообще не следует переоценивать математику, когда речь идёт о сверхчувственном мире. Хотя формально математическое и полезно, оно не имеет возможности прийти к реальности; однако, математическое может осознаваться только посредством сил внутри самой души и авторитетно для всякого человека. Оно (математическое) получает реальность вместе с духовной наукой.

## Ответ на вопрос

Берлин, 13 февраля 1913 г.

*Вопрос:* Основывается ли Золотое сечение на оккультных законах?

Золотое сечение, поскольку оно покоится на воздействии того, что существует в пространстве, основывается на оккультном законе, о котором Гёте<sup>20</sup> сказал, что самое сокровенное есть самое явное, и наоборот, а именно на законе, глубоко связанном с нашей человеческой конституцией: законе возобновления и видоизменившегося возобновления.<sup>21</sup>

Посмотрите, например, буддистскую литературу, там всегда повторяется одно и то же, только несколько видоизменяясь. Пропускать это нельзя, так как это определяется не только содержанием.<sup>22</sup>

В Золотом сечении [речь идёт] не только об одном лишь возобновлении, но и [об] обретении внутри самой вещи, так как имеешь, собственно, всего три члена.<sup>23</sup> Это замкнутое в себе бытие некоего возобновления, которое, однако, не оформлено в себе самом, оно есть основа, поэтому Золотое сечение так привлекательно для нас.

## Ответ на вопрос

Берлин, 27 ноября 1913 г.

*Вопрос:* Имеет ли человек между смертью и новым рождением самоощущение времени, как воплощённый человек?

В своём докладе 19 марта [1914 года] на тему «Человек между смертью и новым рождением» я буду об этом кое-что говорить.<sup>24</sup> Сегодня же можно сказать: жизнь после смерти означает выход из отношений физически-чувственного мира и вхождение в совершенно другие пространственные и временные отношения.

В теории относительности<sup>25</sup> уже даже теперь начинают развивать другие понятия времени. Можно сказать, что от факторов в формуле движения можно переходить к отношениям духовного мира только благодаря тому, что она применяется в виде:

$$c = \frac{s}{t}.$$

Ибо  $s$  и  $t$ , как известно, являются чем-то таким, что как такоевое принадлежит чувственному миру, в то время как  $c$ , или подобная скорость  $v$ , по сути, является фактором, который принадлежит к области внутреннего переживания — даже у неорганического тела. Так что, если стремишься постичь время в духовном мире, вначале надо говорить о количестве скорости, которой обладает соответствующее существо, и в таком случае, будучи непредвзятым, можно путём сопоставления извлечь кое-что об отношении времени. Так можно, например, с помощью сопоставления обнаружить, что в жизни камалоки скорость возрастает в три раза. [Благодаря таким исследованиям] получаешь некое впечатление о том, каким яв-

ляется отношение ко времени в духовной и в чувственной жизни.

В духовной жизни господствуют другие принципы времени, являющиеся внутренне изменяемыми в противовес принципам времени чувственного мира. Переживаемое там время, зависимо от внутренних процессов развития и поэтому не может быть математически однозначно сравнимо с временным пространством в физическом мире.

# Ответ на вопрос

Штутгарт, 1919 г.

Формулировка вопроса не сохранена.

*Математика* есть абстрагированная сумма сил, действующих в пространстве. Когда говорят, что математические законы априори справедливы, — это основано на том, что человек пребывает в тех же силовых линиях, что и другие существа, и что он может отвлекаться от всего остального, не являющегося пространством — и прочей *схемой* (was nicht Raumes — etc. *Schema ist.*).

# Ответ на вопрос

Штутгарт, 7 марта 1920 г.

*Первый вопрос:* Правильен ли закон абсолютного распространения света?

*Второй вопрос:* Лежит ли некая реальность в основе принятой Эйнштейновом относительности времени?

Распространяется ли свет в неограниченном пространстве с одной и той же постоянной скоростью — пусть это будет первой предпосылкой.

Так вот, не правда ли, мы вообще не можем вполне говорить о распространении света в неограниченном пространстве, потому что никакого неограниченного пространства нет. Какое, собственно, у нас всё-таки есть основание говорить о неограниченном пространстве? Вы по праву сказали: вы допускаете бесконечно обширное распространение света и выводите из сопротивления среды фактическое распространение света.

Теперь я вас спрашиваю: можно ли вообще, судя по вашему мнению, говорить о скорости распространения света в том же смысле, как и о скорости распространения какого-либо другого тела?

*Герман фон Баравалль:* Несомненно, нет.

В тот момент, когда свет не отождествляется гипотетически с каким-либо другим телом, вы вообще не в состоянии измерить скорость распространения света таким же образом, как и скорость другого тела. Ибо мы допускаем: если обычное тело, материальное тело, летит с определённой скоростью через пространство, то оно в какой-то момент времени находится в определённом месте, и весь метод измерения основывается на том, что для измерения скорости я принимаю во внимание

разницу отдалённости этого места от исходной точки в два следующих друг за другом момента времени. Этот метод измерения возможен лишь до того момента, пока движущееся материальное тело фактически полностью не покидает линейное пространство, по которому оно продолжает двигаться. Допустим, что оно его не покидает, а оставляет некий след. В таком случае применить этот метод измерения невозможно, так как у меня нет никакой возможности осуществить здесь этот метод измерения — то есть, если пространство, промеренное телом, не покинуто им, а остаётся наполненным по линии. Но не по той причине, что нельзя измерить разницу, а потому что непрерывно подталкивающая скорость преобразует то, что продолжило движение; и я больше не могу применять мой обычный метод измерения в том случае, если имею дело не с материей, покидающей место позади себя, но с сущностью, не покидающей место полностью, а оставляющей следы. Так что мы не можем говорить в том же смысле о некоем уходе скорости света, ибо не можем составить формулу [такую же, как для материального тела] из различия разности места, которое ведь и даёт основание для скорости.

Так приходишь до необходимости перехода к тому, что вообще при распространении света уже нельзя говорить о чём-то другом, по сути дела, кроме скорости предельного светового уровня. Но, говоря о скорости светового уровня, необходимо непрерывно возвращаться к источнику распространения света. Например, у Солнца перейти к необходимости переместиться к источнику распространения света. Надо бы начать с измерения, где началось распространение света, и гипотетически следовало бы предположить, что свет распространяется всё больше и больше. [Но] это, впрочем, не оправдано, ибо в тот момент, когда поверхность уровня, по которой простирается свет, не просто становится всё больше и больше, но подлжит определённом закону упругости [в том роде], что

по достижении определённой величины поверхность уровня снова возвращается в себя, тогда я имею дело не с простым самораспространением света, но с неким [возвращением в себя] на те же траектории, с неким повторным возвращением света. Итак, в некотором месте, которое я считаю, однако, пространством, наполненным светом, я непрерывно имею дело с чем-то распространяющимся от одной точки к другой, но распространяющимся с противоборством двух сущностей, из которых одна приходит из центра, другая — от периферии. Так что я не могу ничего иного, как поставить коренной вопрос: если я принимаю во внимание распространение света, имею ли я дело тогда со скоростью вообще, в обычном смысле?

Я не знаю, поняли ли меня.

Я не имею дело с увеличением скорости в обычном смысле и, переходя от обычных скоростей к скоростям света, я должен на самом деле найти формулы, исходящие, вероятно, из формул упругости: выражаясь образно, из некой системы через материальное движение найти, как [ведут себя] взаимно сдерживающие друг друга упругие части пространства в упругой замкнутой системе, имеющей определённую сферическую границу.<sup>26</sup>

Таким образом, в действительности я не могу использовать эту [обычную] формулу, когда хочу перейти к свету. И поэтому я вижу имеющуюся у Эйнштейна ошибку в том, что он обычные механические формулы — ибо такие всё же существуют — применяет к распространению света и гипотетически предполагает, что распространяющийся свет может быть измерен, как какое-либо другое [материальное] тело, летящее через пространство.<sup>27</sup> Он не принимает во внимание, что распространяющийся свет не является улетающими [материальными] частицами мира, но это нечто такое, где в пространстве что-то происходит, где остаётся след с эффектом свечения;

так что, измеряя (...рисунок), я [не] должен измерять просто [так, как] если тело доходит до сих пор и ничего не остаётся. Но когда свет распространяется, здесь есть постоянный след, и я не могу говорить о том, что он распространяется с определённой скоростью, но только — это [распространяется] эквипотенциальная поверхность уровня. Вот в чём тут дело. И так, я имею дело с определённой сущностью в пространстве, которая однажды занялась самораспространением.

И, кроме того, другая ошибка — она тесно связана с [первой ошибкой] — я вижу её в том, что Эйнштейн ко всей мировой системе просто применил принципы, применимые в механической системе точек, движущихся друг с другом. При этом осталось без внимания, что целая мировая система не может быть системой, полученной только суммированием механических процессов. Если, например, мировая система является организмом, то я не могу допускать механические процессы. Когда я позволяю механическому процессу происходить в своей руке, его, по существу, определяет не только замкнутая механическая система, но сразу же начинается реакция всего организма. Возникает вопрос, могу ли я, переходя к движениям света, единственную формулу для других движений использовать безоговорочно, не возникает ли тут как раз реакция всей мировой системы? И ещё менее я могу мыслить мировую систему без света, без того чтобы тут возникала реакция всей мировой системы, которая протекает в значительной мере иначе, чем скорости в какой-либо замкнутой механической системе.<sup>28</sup> Мне кажется, что это [те] две принципиальные ошибки, которые делает Эйнштейн. Теорией Эйнштейна я занимался лишь мимоходом; ведь мы все знаем, что математические выводы могут абсолютно совпадать с эмпирическими результатами. То есть совпадение, например, [с теоретическими прогнозами] прошедшего мимо Солнца звёздного

света не было бы окончательным свидетельством в пользу теории Эйнштейна.<sup>29</sup>

Но так как в основе лежат обе эти принципиальные вещи, дошло до того, что Эйнштейн всё-таки приходит именно к такому парадоксальному, абстрактному образу мыслей. Это уже нечто подобное как раз тому примеру, который вы недавно использовали из Вильгельма Буша, когда рука с силой размахивается, а ты получаешь слабое чувство, что получил пощёчину. Это уже нечто подобное тому, когда Эйнштейн производит свои мысли по способу: что произошло бы, если, например, часы улетели бы прочь со скоростью света и снова вернулись назад.<sup>30</sup> Часы, улетающие со скоростью света и снова возвращающиеся — хотел бы я знать, реальна ли эта мысль. Осуществить такую мысль я не в состоянии, так как в тот момент, когда я представляю себе это, мне приходит в голову: что же в таком случае произойдет с часами? Я никак не могу осуществить эту мысль.<sup>31</sup> Такие мысли осуществлять невозможно, если своими мыслями привык оставаться в реальности. И в тех местах, где Эйнштейн приходит к таким мыслям, у него обнаруживается, что он опирается на такие принципиальные ошибки, как те, о которых я сейчас говорил.

Это то, что я хотел бы отметить прежде всего. Теперь речь пойдёт о времени. Для света необходимо начинать с того, чтобы написать и положить в основу не обычные механические уравнения, а эластичные уравнения. Следовало бы также взять необходимое из теории упругости. Здесь мы приходим, конечно, к тому, что всякое расширение, образующее эквипотенциальную поверхность уровня, мы вообще никогда не должны представлять так (тут я прихожу к чему-то, что могу сообщить только как факт), что где-либо расширяется некая сущность и можно сказать, что она простирается в бесконечность. Всегда возникает определённая сфера, где вещь отражается. Так что относительно реальности я никогда, собст-

венно, не мог бы сказать: «Здесь находится Солнце, и от Солнца распространяется свет и исчезает в бесконечности». Так никогда не бывает, но свет доходит до предела, где исчерпана расширяющаяся сила упругости, и тогда он возвращается сам в себя. Нет такой бесконечной системы, тождественной с понятием расширения, и которая затем рассеивалась бы в иллюзорном, вне бытия (*im Wesenlosen*). Каждая расширяющаяся сущность доходит до некоего предела, у которого она поворачивает обратно, я бы сказал, примерно по закону упругих тел. Когда говорится о свете, никогда не имеют дело с чем-то расширяющимся во все стороны. Мы всегда имеем нечто такое, что можно сравнить со стоячими волнами. *Здесь* формулу надо искать не так, как в обычной механике.<sup>32</sup>

В таком случае это ещё — само время. Не правда ли, время не испытывает все эти превращения. В общем, это так, что [здесь в механической сфере] время как таковое не является реальностью. Если вы берёте самую простую формулу

$$s = c \cdot t,$$

то речь идёт о том, что по обычному закону умножения для этого  $s$  я ведь не могу получить в результате ничего другого, кроме того, что реально тождественно  $c$ , в противном случае пространство  $s$  должно быть тождественно времени. А это просто невозможно. Следовательно, математически тождественным  $c$  в этой формуле я могу мыслить в некотором смысле лишь пространство.

Не правда ли, я не могу перемножать яблоки с грушами? Одно может находиться только внутри другого. Время в математической формуле вообще не может быть ничем иным, кроме как числом. Не реальность времени есть число, но в такой формуле время не может быть ничем иным, как только числом. Лишь когда я предполагаю, что я имею дело с безымянным числом, то формулу можно так написать.<sup>33</sup>

Чем-то иным является формула

$$c = \frac{s}{t}.$$

Здесь я имею пространство [s] определённой величины, которое мне сообщается [относительно] величины числа *t*. Из этого я получаю скорость [c]. Теперь, я бы сказал, для истинной реальности совсем безразлично, представляю ли я себе сейчас атомы или молекулы, или материю определённой воспринимаемой величины пространства. Поэтому находящееся передо мной на эмпирическом поле, [в действительности] я должен представлять себе всегда имеющим определённую скорость — всё остальное суть абстракции. Время — это нечто такое, что я получил из делителя, а путь, прежде всего, нечто, получаемое мной как делимое. Но это суть абстракции. Реальным здесь — ценно это только для механической системы — является имманентная, существующая в каждом теле, скорость. Если физик из прежних оснований может, например, допускать атомную гипотезу, то он не может допускать, что атомы существуют без имманентной скорости. Скорость есть истинная реальность.<sup>34</sup>

Итак, надо сказать: время как таковое в действительности есть нечто, абстрагируемое нами из процессов. Оно действительно является абстракцией из процессов. В качестве реальности того, что находится перед нами, мы должны рассматривать только саму скорость.

Если мы до некоторой степени это видим, то, разумеется, уже не можем представлять себе охарактеризованное мной в качестве времени иначе, как возникающим определённым образом в явлениях. Оно конечно в таком случае становится участвующим в явлениях, и тут нам не нужно отказываться от этой относительной реальности.<sup>35</sup> Этот сомножитель, который я сам абстрагировал, является, однако, чем-то таким, что спо-

существует получению определённого реального основного понятия, скажем, для того, что выступает нам навстречу из продолжительности жизни организма. Продолжительность жизни я могу соразмерять не только с внешним видом, но здесь есть протекание, присущее внутренне. Данный мне организм уже имеет присущую ему продолжительность жизни. Этой продолжительности жизни соответствует и из неё следует всё течение органического процесса.

[Соответственно обстоит дело и с пространственной величиной организма.] Речь идёт не о том, что я сопоставляю его длину с чем-то другим, но длина [тоже] внутренне присуща организму. Конформное понятие таково, что такие понятия не могут быть действительными [так], как это [обычно] допускается гипотетически. Однако, человек бывает определённой величины. Что ж, [гипотетически] я допускаю людей, которые очень малы в нашей обычной мировой системе.

Для всего остального безразлично, как я принимаю относительную величину человека по отношению к другим [вещам]. [Но это не относится к самому человеку, ибо] человек имманентно имеет в себе определённую величину. Вот в чём тут дело. Человек никак не может быть больше или меньше. Своим пониманием я грешу против всей мировой системы, когда высказываю такие соображения. Например, [есть] совершенно определённые природные мыслители (Naturdenker), [спрашивающие себя]: какова [жизнь] в мировой системе, являющейся по отношению к нашей системе бесконечно маленькой или [бесконечно] большой? — Это бессмыслица. Есть внутренняя необходимость в том, что предстающие нам реальные вещи тоже имеют определённую пространственную величину. Следовательно, у них имеется и определённая разница во времени.

И этим я прихожу к тому, что, по сути дела, каждая сущность, которую можно рассматривать как некую целостность,

в действительности несёт в себе своё время. Я могу рассматривать для себя частицу [некоего] неорганического тела, но не лист, потому что он имеет некоторую целостность только на дереве. Значит, в моём рассмотрении я должен учесть, что же является полной, замкнутой в себе системой, что такое целостность, совокупность. Но всякая совокупность, которую я рассматриваю таким образом, имеет в себе время как нечто имманентное. Так что я не могу очень симпатизировать абстрактному времени, которое по-прежнему есть вне любой вещи, но [наряду] с каждой вещью или течением существует имманентное время. Когда я принимаю во внимание время, которое должно идти от начала до конца, мне как раз кажется, как будто кто-то создаёт абстрактное понятие для отдельной лошади. Во внешней реальности существуют отдельные лошади, но для получения понятия, я должен отнести к нему ещё кое-что иное. Так же и со временем. Вопрос: „Изменяемо ли время в себе или нет?“ — не имеет реального содержания, так как всякая полная система в своём имманентном бытии имеет своё [собственное] время и своё собственное протекание скоростей. Протекание скоростей неорганического или жизненного процесса приводит к этому имманентному времени.

Поэтому, собственно, я охотнее, чем теорию относительности, всегда предполагающую возможность отнесения одной системы координат к другой, основал бы теорию абсолютности, которая исходит из того, чтобы исследовать повсюду, где существуют полные системы, о которых можно говорить, как можно говорить о полноте организма. Нельзя говорить о полноте силурийского периода у Земли, но здесь необходимо силурийский период объединить в полную систему с другими [историческими периодами]. Я не могу также говорить о человеческой голове как о некой полноте — сюда относится и кое-что другое.

В геологии мы [всегда] описываем один период [сам по себе] за другим, как будто так они являются реальностью. Это не так. Они являются реальностью только в совокупности с Землёй, и именно так, как реален организм, когда я не могу что-либо из него вырвать. Вопрос скорее в том, чтобы вместо отнесения наших процессов к системе координат отнести их к их собственной внутренней реальности, тогда мы придём к полным системам. И тогда мы должны бы вернуться к некоему роду монадизма. Мы преодолели бы эту теорию относительности и пришли бы к теории абсолютности.

Тогда мы действительно увидели бы, что теория Эйнштейна на самом деле является по сути последним проявлением этого абстрактного стремления. Действительно, Эйнштейн всецело передвигается в абстракциях. Порой их невозможно выносить — эти абстракции. Так, например, когда даже для совсем элементарных вещей создаётся гипотеза: Как действует звук, когда я сам передвигаюсь со скоростью звука? — Да, если я делаю это, то реально я конечно никогда не слышу звуки, так как звук всегда убегает вместе со мной. Но для всякого, кто мыслит реально, кто охватывает совокупность, такое понятие не осуществимо, потому что слышащее существо не может двигаться со скоростью звука, оно раздробилось бы. Нет понятий, которые коренятся в реальном наблюдении мира.<sup>36</sup>

И то же самое я имею, когда я спрашиваю: Можно ли преобразовать время само по себе или нет? Конечно, абстрактное время, абсолютное время, не дало бы никакой возможности констатировать в нём изменения способом, каким я его априори мыслю, но если я говорю об изменениях во времени, то я должен постичь реальность времени. Однако это невозможно, если я не принимаю во внимание имманентное связанное бытие временных течений, совокупную систему, существующую в мире.

## Ответ на вопрос

Штутгарт, 7 марта 1920 г.

*Вопрос:* Теория Эйнштейна показывает, что в одном килограмме массы накоплена чудовищная энергия, и кажется, что через распад, то есть одухотворение, вещества можно было бы открыть новый источник энергии.

Эти вещи ведь сами по себе являются частью теории Эйнштейна, к которой мы подошли сегодня, не связываясь с ней непосредственно.<sup>37</sup> И вполне можно сказать: очень много скрыто позади этих вещей, чтобы отыскивать энергию, которую получаешь, когда расщепляешь массу. Тут, кроме того, речь идёт о том (теоретическая часть ведь не представляет никаких особых трудностей), можно ли эту силу использовать технически. И здесь всё зависит от того, смогут ли использовать эти огромные силы, когда их обнаружат. Ибо если двигатель, с помощью которого хотят их реализовать, тотчас разрушится через энергию этих сил, их не смогут использовать. Дело в том, чтобы приобрести возможность реализовать эти энергии и в механических типах машин. В таком случае вначале ищут путь.

Если мы сможем обнаружить самую высокую энергию излучения — или некую высокую энергию излучения — какой-то материи, то, мысля чисто теоретически, для её реализации в механической системе нам нужна материя, оказывающая сопротивление этой энергии. Возможность освободить эту энергию существует, и она ближе, чем возможность её использования.

*Вопрос:* Можно ли достичь того, чтобы вообще исключить массу так, чтобы существовала вся энергия, и чтобы всё было только излучением?<sup>38</sup>

Определённым образом её можно исключить в том, что [происходит] <...> в трубах [с разреженным газом, газоразряд-

ных]. Скорее [речь идёт о] текущем электричестве <...>. По сути дела, [существует] лишь скорость, и [в] вычисления мы вступаем только через скорость.<sup>39</sup>

Если я пишу формулу [ $E = mc^2$ ], в которой встречаются одновременно энергия и масса, то дело лишь в том, в достаточной ли мере при этом всё-таки учтено, что масса как таковая есть нечто иное, чем энергия; разделяю ли я вновь совершенно абстрактно две вещи, которые, собственно — одно. Дело в том, правомочна ли эта формула.<sup>40</sup>

Ведь это и не может быть ничем иным, как фактически только потенциальной энергией.

Формула Эйнштейна [ $E = mc^2$ ] с массой и энергией есть [в таком случае] только некая маскировка старой формулы [для потенциальной энергии].<sup>41</sup>

*Вопрос:* Можно ли не обнаружить исходную точку, в то время когда находишь от  $\rho \cdot s$ ?<sup>42</sup>

Здесь трудность возникает только благодаря следующему: когда два члена одной системы величин я отношу совместно к чему-либо, принадлежащему к [другой] системе величин (то есть, например, время, которое два человека используют для работы, я отношу к чему-либо, что сообщается мне посредством происходящих заходов Солнца), следовательно, два члена [одной системы величин] я отношу к чему-то, принадлежащему [другой] системе величин, тогда этот процесс во всей системе очень легко приобретает (потому что фактически я могу применять его ко всем членам этой системы) характер чего-то, принадлежащего не системе, а имеющего силу сам по себе.

Вы не можете предполагать, что являющееся пространственной абстракцией солнечной системы, законно и в другой системе. Например, вы можете прекрасно вычислить [следующее]: установив изменения в человеческом сердце, вы,

спустя пять лет, могли бы о каком-то человеке сказать, что состояние его сердца такое-то и такое-то, а пять лет тому назад оно было таким и таким. — Затем, продолжая это чисто математически, вы можете спросить: каким было состояние этого сердца сто пятьдесят лет тому назад? Каким оно будет в триста лет?

Так считают наши астрономы, исходя из современного состояния Земли, вводя в действие величины времени и далее вычисляя после этого прекрасные вещи, которые, однако, ныне так же мало соответствуют вещам Земли, как соответствовало бы состояние сердца, вычисленное таким образом триста лет тому назад, нынешнему состоянию.

Просто снова и снова забывают, что имеющее силу для имманентного времени некоего процесса, [должно] утратить [значение, когда процесс завершён]. Я не могу таким образом выйти за пределы организма [как фактически живой совокупной системы]. Совокупная система — это та, которая позволяет мне оставаться со своими понятиями в пределах системы. Это тотчас нарушается, когда я выхожу за пределы совокупной системы. Видимость [действительности] вызывается тем, что мы привыкли к системе величин относиться [в смысле совокупной системы] и в таком случае абсолютизировать эти, имеющие силу для [такой] системы величин, вещи.

## Ответ на вопрос

Штутгарт, 11 марта 1920 г.

*Первый вопрос:* Можно ли представить соответствующей действительности приведённую здесь попытку определить сверхмнимое через отношения точек на изогнутой плоскости, или многообразия?<sup>3</sup>

*Второй вопрос:* Можно ли прийти к живому созерцанию мнимого или положить в основу мнимого реальные сущности?<sup>2</sup>

*Третий вопрос:* Каковы направления развития современной математики, особенно в формальном отношении, в смысле духовной науки?<sup>2</sup>

Здесь я хотел бы, прежде всего, начать со второго вопроса. Дать на него ответ не так легко. Не потому, что именно тогда, когда пытаешься сформулировать этот ответ, вынужден очень сильно выходить из области наглядного. Когда в эти дни я отвечал на вопрос господина доктора Мюллера<sup>43</sup>, уже было видно, что, давая вообще для математического случая образный коррелят, я вынужден был показать, насколько подходит этот наглядный коррелят при переходе от трубчатой кости к головной кости. Тем не менее, это ещё вполне наглядно.<sup>44</sup> Тут, по крайней мере [ещё] можно иметь перед собой объект в созерцании, хотя и при переходе одного объекта в другой.

Желая созерцать мнимое как духовную реальность, получаешь следующее.<sup>45</sup> Как уже было показано в ходе этих физических рассмотрений<sup>46</sup>, необходимо перейти от положительного к отрицательному, если вообще хочешь получить соответствующие реальности представления об определённых отношениях так называемой весомой материи к так называемому невесомому. Тут даже при наглядном изображении довольно обычных областей уже существует необходимость, показывающая, что надо выходить за пределы обычного, распространённого, плохого символического рисования.

Я хочу упомянуть только следующее. Ведь можно, например, рисуя обычный спектр, когда он стал прямолинейным,

начертить прямую линию от красного через зелёный к фиолетовому.<sup>47</sup> Однако, рисуя таким образом, при символизировании получишь не всё, что имеется в виду, а всё получишь только тогда, когда, символизируя красный, рисуешь кривую, исчезая в этой плоскости примерно так (... рисунок), и чтобы достичь фиолетового, теперь входишь в доску и переходишь на ту сторону; так что при рассмотрении сверху красный определённым образом оказался бы находящимся перед фиолетовым. Благодаря этому я получу изображение того, что фиолетовый входит в химическое, красный же выходит в теплоту.<sup>48</sup> Итак, здесь мне уже необходимо прямую линию увеличить, так что выполняемый мной рисунок уже является проекцией того, что на самом деле я должен нарисовать.

Что ж, если я хочу прояснить некоторые вещи, которые, если можно так сказать, просто оказываются в высшей реальности, то необходимо теперь действительно не только идти от положительно-материального к отрицательно-материальному, но, совершая это, не удовлетворяться этим так же, как не можешь быть удовлетворён, когда продвигаешься здесь по прямой линии от красного через зелёный к фиолетовому. Если же вы представите себе нарисованную над этим окружность, то должны будете, поскольку вынуждены, от этой самой точки (сейчас она находится здесь, чтобы перейти сюда и потом сюда) возвратиться уже не в ту [же] точку, но продвинуться идти вперёд по спирали. Точно так же, когда из пространственного вы переходите в непространственное к отрицательному через символизирование положительного, вы вынуждены ещё продвигаться вперёд до того, что является более высокой категорией пространственного и непространственного.

Итак, если мы допускаем, что из двух различных видов обычно можно устроить одно объединение, содержащее оба вида, то аналогично мы можем представить, что есть нечто, существующее пространственно и непространственно. Для

этого должно быть найдено третье. И если теперь в области высокой реальности действительно детально останавливаешься на физически-реальном и обозначаешь физически-реальное знаком плюс, то знаком минус необходимо обозначить просто эфирное, реальное эфирное, причём выходя из пространственного, то есть уже входя в духовное.<sup>49</sup> Однако, желая идти в астральное, не справляешься с пространственным и непространственным, а должен идти как раз к третьему, которое к положительному и отрицательному относится так же, как в формальной математике мнимое — к положительному и отрицательному. И переходя от астрального к истинной сущности «Я», будешь даже вынужден взять на заметку понятие, являющееся сверхмнимым по отношению к понятию мнимого. Поскольку при восхождении к «Я» это действительно нужное понятие, мне всегда была так несимпатична антипатия по отношению к сверхмнимому.<sup>50</sup> Упустить его невозможно (дело только в том, правильно ли его применяешь, оставаясь на чисто формальном поле математики), если с математическими формулировками обращаешься настолько правильно, что не выходишь из реального.

Сегодня я встретил кое-кого, с кем обсудил проблему, которая довольно отчётливо показывает даже в арифметической области, что в математическом рассмотрении можно получить нечто, что чрезвычайно трудно связать с реальностью, — это проблема вероятности. В страховке я могу рассчитать момент чьей-либо смерти, как это оценивается для массы людей. Из этого, однако, невозможно заключить, что соответствующий человек должен умереть именно в том году, который будет вычислен. Значит, для меня реальность из моих вычислений выпадает.

Так случается довольно часто, что определённые результаты вычислений, будучи правильными, не совпадают с тем, что является реальностью. И можно было бы порой исправлять

формальное в математике по таким результатам сверхэмпирической реальности. Например, надо только проверить, правильно ли, если я имею  $a \cdot b = 0$ , что к этому результату можно прийти только тогда, когда один сомножитель равен нулю. Если это так, то совершенно верно, что в результате приходишь к нулю. Но должен быть поставлен вопрос: Возможно ли, чтобы результат тоже был равен нулю в том случае, если ни один из двух множителей не равен нулю? Это может случиться, когда вынужден через реальность приходиться к сверхмнимым числам, которые в таком случае являются соответствующими коррелятами сверхэмпирической действительности.<sup>51</sup>

Итак, в математике фактически надо пытаться ясно выработать реальность в её отношении к мнимому, сверхмнимое в его отношении к мнимому и к реальности, но, возможно, тогда даже возникнет необходимость преобразовать вычислительные законы.<sup>52</sup>

Что же касается первого вопроса, тут налицо следующее: ведь мы можем различать лишь то, что в человеке некоторым образом находится выше определённого уровня и ниже определённого уровня. Я бы сказал, что объясняю это почти каждому, от кого жду некоторого понимания, каждому, кто приходит к известной деревянной группе: «Христос в середине как представитель человечества, Ариман и Люцифер по обе стороны», — что человека, как мы имеем его перед собой, можно, собственно, представить только благодаря тому, что всё в нём мы представляем как состояние равновесия. С одной стороны — сверхчувственное, с другой стороны — подчувственное. В действительности существо человека всегда представляет собой лишь состояние равновесия между сверхчувственным и подчувственным.

Тем не менее, человек как некий род микрокосма, конечно же, связан с макрокосмом. Отсюда вы можете увидеть, что

необходимо выразить отношение человеческого существа, то есть каждую деталь человеческого существа, к соответствующему в макрокосме. Я могу поставить вопрос: если я имею в человеке подчувственное — если это поверхность равновесия (... рисунок) — и оно представляется мне прежде всего в виде сходящейся кривой, а сверхчувственным здесь является то, что человек имеет в своём сознании в виде расходящейся кривой, то я получаю нечто такое, что, я бы сказал, внизу завязывается в узел, а сверху развязывается. То есть здесь одновременно изображается, как человек находится внутри макрокосма. Ибо через эту нижнюю, скорее подобную узлу поверхность человек уклоняется от макрокосма. Через эту поверхность, кривая которой непрерывно расходится, он вчленяется в макрокосм. Примерно здесь находилась бы точка его свободного волеизъявления. Выше уровня свободного волеизъявления находится всё то, благодаря чему человек даёт своим силам выйти в макрокосм. Ниже располагается то, благодаря чему он соединяет силы макрокосма, так что он вообще является определённым обликом.

Если же попытаться внутри области этих плоскостных форм (*dieser Flächenformen*) — ведь благодаря этому осуществилась бы эта кривая — разыскать определённые данные, из которых через  $x$  я обозначил бы один ряд данных, которые представляют собой, например, то, что можно обозреть в мире мыслей, другой ряд — то, что можно обозреть в мире сил, и третий — то, что можно созерцать в мире движений, тогда из этого мне необходимо образовать функцию, если здесь внизу я хочу получить нечто, всегда соответствующее этому уже в человеке. Мне необходимо из данных, находящихся там сверху, образовать функцию и получить в результате то, что соответствует этому в человеке тут внизу. Я хочу сказать, что мне необходима функция от  $x$ ,  $y$  и  $z$ .

Но в тот момент, когда для этого единства я хочу найти числа, оказывается, что их невозможно обнаружить в области той системы чисел, которую я могу ещё иметь на плоскости. В том случае, когда я хочу связать друг с другом сверхчувственного и подчувственного человека, я должен перейти к уравнениям, содержащим в себе числа таких систем, которые находятся на [изогнутых] поверхностях, а именно: существуют поверхности, которые можно определить даже довольно точно, поверхности, которые должны находиться на параболоиде вращения. То есть такие поверхности, которые возникают, когда конус вращается так, что каждая вращающаяся точка одновременно постоянно изменяет свою скорость.<sup>53</sup> Существуют параболоиды вращения, усложнённые ещё благодаря тому, что точки не сохраняют свою жёсткую связь друг с другом, но меняют положение по определённым законам. Итак, используемые мной в данном случае поверхности являются живыми в себе параболоидами вращения.

Здесь имеет место чрезвычайно трудная связь, которую пока представляли лишь отдельные личности, её обнаруживаешь как необходимость, с которой, однако, формально придётся считаться, если оккультная наука, духовная наука, если я так могу сказать, будет теперь непосредственно работать с математикой, когда эта совместная работа станет возможной. И, разумеется, начало я вижу, собственно, на этом пути, который вы сегодня нам представили. И я полагаю, что это стало бы ответом на требование: найти эквивалент того, что выявляет единство сопряжённых функций, относящихся к числовым системам, которые находятся на двух параболоидах вращения, встречающихся своими вершинами в одной точке — на том, который сходится вниз, и на том, который расходится вверх. Просто необходимо найти числа, находящиеся на таких параболоидах вращения, как я это описал. Это тоже вполне соответствует реальности.

Что же касается развития формальной математики, то я должен признаться, что, по-моему, здесь надо ещё довольно много сделать и даже очень многое можно сделать. Но мне даже кажется (но возможно тут я и ошибаюсь — это было уже давно, — и за тот период, когда я мог в меньшей мере проследивать прогресс формальной математики, возможно, это изменилось), у меня всегда было чувство, что, пожалуй, в ходе XIX столетия в работах, проделанных в области формальной математики, очень мало интересовались тем, могут ли вычислительные операции быть как-то действительными ещё и сейчас, не надо ли их всё-таки исправлять в какой-то момент через какое-либо отношение к вероятной реальности. То есть можно ли идти дальше чисто формально. Например, можно спросить, что происходит, когда умножаешь, скажем, одномерное многообразие на двумерное многообразие. Отвечать на это можно, но всё же всегда надо спрашивать себя: соответствует ли такая операция не только какой-нибудь реальности, но хотя бы чему-то, что можно себе представить? И я полагаю, что для достижения хотя бы какого-то успеха на этом пути, вероятно, необходимо дать точные определения по поводу понятия чисто расчётного.

Когда-то, много лет тому назад, я этим занялся: возможно ли, например, проверить, доказать арифметически теорему Пифагора, действительно не переходя к наглядности, то есть выражая только численно.<sup>54</sup> Речь в самом деле пойдёт о том, можно ли постигать чисто арифметически так строго, чтобы произвольно не перейти в геометрическое.

Не правда ли, если остаёшься среди обычных чисел, то, вычисляя с помощью чисел, имеешь дело только с числами, и нет необходимости говорить о системе чисел в определённой пространственной области. Но если переходишь к этим другим числам: к мнимым числам, комплексным числам, к сверхкомплексным числам, к сверхмнимым числам, — то надо говорить

о высшей области пространства. Вы конечно видели, как это может быть, но в действительности это может быть только благодаря тому, что выходишь из нашего обычного пространства. И, пожалуй, уже поэтому необходимо исследовать чисто формальную математику, прежде чем она установит числа, позволяющие лишь символизировать (это ведь прежде всего некий род символизирования, когда дальнейшие соответствующие точки наносишь на определённую область пространства), чтобы исследовать, как такие высшие числа действительно мыслимы без помощи геометрии.<sup>55</sup> Например, даже в том смысле, что для положительных и отрицательных чисел я изображаю числовую линию.

Надо бы найти ответ: как следует чисто элементарно представлять положительное в отрицательном? Мне кажется — однако я ничего не могу дать окончательно, я ничего не знаю по этому поводу и этим не занимался, — что решение Гаусса, мало удовлетворяя, допускает различия между положительным и отрицательным просто согласно представлению.<sup>56</sup> Так же мало [удовлетворительным способом] отрицательное [интерпретируется] у Дюринга, оно является для него ничем иным, как вычитанием, для которого только отсутствует уменьшаемое.<sup>57</sup> По Дюрингу это так же и для мнимого числа  $\sqrt{-1}$ . Это есть ничто иное, как попытка осуществить вычислительную операцию, которую можно только обозначить, но в действительности нельзя выполнить.<sup>58</sup> Так, если я имею  $\mathcal{Z}$  и не имею ничего, из чего я могу вычитать, у меня останется  $\mathcal{Z}$ . Это всего лишь обозначенная вычислительная операция. Однако в этом [дюринговом] понимании и производная есть лишь обозначенная вычислительная операция, которая ничему другому не соответствует.<sup>59</sup> Мне кажется, у Дюринга это тоже односторонность, и решение, вероятно, будет находиться посередине. Но прежде чем в формальной математике придут к какому-то успеху, должна быть решена эта проблема.

## Ответ на вопрос

Штутгарт, 11 марта 1920 г.

*Первый вопрос:* Спрашивается, соответствует ли действительности этот род понимания и может ли он в этой области, поскольку математические объекты мы воспринимаем как промежуточные элементы между прообразом и отображением (всё-таки во всех областях математики необходимо заниматься тем, что мы сделали в простой геометрической области), быть основой способа исчисления, который должен быть положен в основу физики, как она нам дана в нынешнем докладе?

*Второй вопрос:* Возможен ли также путь для достижения того, к чему мы приходим под контролем и при усилении мышления, и что было названо сверхэмпирической областью?

Итак, если я правильно понял, здесь предложен вопрос: Можно ли подходить к математическим областям благодаря тому, что постигаешь их как промежуточную стадию между прообразом и отображением?<sup>60</sup>

Что ж, математические области мы воспринимаем, прежде всего, чисто духовно-эмпирически. Чем же они являются, если мы в настоящий момент намереваемся думать о пространственно-геометрических областях?

Или же вы думаете об арифметических областях?

*Александр Штракош (Strakosch):* О геометрических областях.

В эти дни я уже указывал как на некий промежуточный тезис на то, как в действительности мы приходим к обычным геометрическим образованиям.<sup>61</sup> На самом деле мы не подходим к этому на пути абстрагирования из эмпирических представлений, но математически-геометрические образования прежде всего уже являются неким родом интуиции. Их, собственно, извлекают из волевой природы человеческого существа. И

когда их извлекают оттуда, можно сказать, что человек, схватывая математические образования, по сути, в своём опыте всегда получает возможность, по крайней мере, действовать, получает возможность иметь истинное положение вещей в математической области. И этим вы эмпирически уже являетесь неким родом промежуточного состояния между внешней действительностью, которую мы ведь можем иметь только в отражении, и непосредственным содержанием бытия, которое мы переживаем внутри. Итак, даже духовно-эмпирический способ рассмотрения показал бы, что, постигая геометрию, мы в таком случае определённым образом имеем промежуточную ступень между прообразом и отображением.

Но я хотел бы указать на последовательность, и это указание должно лишь свидетельствовать, что, конечно, прослеживая этот ход мыслей, ещё немало надо будет привлечь для его проверки. Если геометрически-математические области являются промежуточными состояниями между прообразом и отображением, то необходимо, чтобы они обладали определённым свойством, которого не имеет отображение. Свойство это, разумеется, будет скорее идеальным; однако таким идеальным оно становится как раз только в сфере отображения.

Не правда ли, если мы имеем чистое отображение, то дело обстоит так, что оно ведь может быть и сконструировано, и что нет необходимости, чтобы оно непременно соответствовало своему прообразу. Если мы поставим здесь одно лишь отображение, то нет необходимости, чтобы оно соответствовало некоему прообразу. Но если мы обладаем тем промежуточным состоянием, которое уже восприняло в себя реальность, то необходимо, чтобы мы сумели отыскать для него определённое поле реальности и чтобы мы не могли комбинировать эти области любым способом. Ибо мы никогда не сможем комбинировать живыми прообразами, но их следует отыскивать в их собственной области, они должны существовать как

совершенно определённые факты. Таким образом, если мы хотим правильно понять эту промежуточную область, названную здесь областью созерцаемой закономерности математических объектов, то мы должны её понять также и в отношении её построения в качестве некоего промежуточного состояния между абсолютно зафиксированными, остановленными образами и безгранично любимыми отображениями. То есть всю математику, особенно геометрию, мы должны понимать в том смысле, что мы воспринимаем её внутренне живо, что, стало быть, мы, я бы сказал, представляем ее, по крайней мере, как скрыто содержащуюся в общей действительности. Значит, мы не должны, например, треугольник представлять как нечто неподвижное в себе, но представлять его чем-то среди связи понятий. Что такое треугольник? Треугольник — это ограниченная прямыми линиями область, сумма углов которой составляет  $180^\circ$ . Но тогда взаимное отношение трёх сторон было бы разнообразно переменным, и из этого определения мы получили бы бесконечно много треугольников, или же получили бы один треугольник в движении. И следствие этого созерцания таково, что мы получаем определённым образом текучую геометрию.<sup>62</sup> И надо бы показать, что эта текучая геометрия имеет определённое значение даже уже в царстве природы. По-моему это означает, что закон кристаллизации, стало быть, действительно содержит в себе нечто, соответствующее этой текучей геометрии. Таким образом, в основе, конечно же, лежит соответствующее действительности представление, однако для объяснения целого, разумеется, ещё многое должно соответствовать этому. Кроме того, в таком восприятии я обращаю внимание ещё и на тот факт, что сюда входит определённое обстоятельство, которого, по сути дела, необходимо здесь коснуться.

Видите ли, в настоящее время, когда хотят подняться в высшие области действительности, вошло в привычку нахо-

дить своё прибежище в высших измерениях. Это не всегда было так в формализме, который положен в основу оккультного представления, в представлении оккультного. Прежде говорили так: наши обычные физические образования нам необходимо представлять трёхмерными. Образования, принадлежащие астральному пространству (то есть сейчас я говорю в другом смысле, чем я до этого говорил у господина Блюмеля, где я шёл от физического тела к «Я», [здесь] я хотел бы принять во внимание сферы или планы), то есть когда мы представляем [астральный] план, мы должны его представлять в образе двумерной плоскости. Если представишь себе следующий план — рупа-план — продолжишь его одномерным, а когда представишь арупа-план, приходишь к точке.<sup>63</sup>

Итак, тут придёшь к тому, что сможешь себе сказать: при продвижении к духовным представлениям необходимо даже уменьшать многообразия — не увеличивать; и подчиняешься этому обстоятельству, когда идёшь теперь сверху вниз, и в определённом отношении делаешь это, когда испытываешь следующее: мы можем очень хорошо распознавать духовное, душевное и телесное. Но, спрашивая себя, чем же является духовное в расхаживающем по земле человеку, мы должны сказать: на самом деле это духовное существует тут чрезвычайно отфильтрованным. Именно абстрактное мышления есть то, чем, по сути, человек обязан духу. Оно духовно и лишь оно одно склонно воспринимать чувственное, но способ этого воспринимания как раз духовен. И если именно это духовное мышление мы проследим теперь вниз в телесное, то получим некое проявление в физическом теле человека, тогда как более обширное духовное не имеет пока никакого проявления в физическом теле человека. Так что, выражаясь приблизительно, я могу сказать: третья часть духовного мира, в котором человек принимает участие, получает своё проявление в физическом теле человека.

Когда я иду к душевному, получается так, что я должен сказать: две трети духовного мира, в котором участвует человек и имеет их проявление в человеческом теле, проявились в физическом теле. — И доходя до физического тела, я должен сказать: проявились три трети. — Итак, нисходя в человеке сверху вниз, я, разумеется, должен продвижение от прообраза к отображению представлять себе так, что при спуске прообраз после себя всегда что-то вскользь оставляет от своей сущности. Благодаря этому как раз дана существенная характеристика телесного. Восходя же, мы находим новое: то, что не стало отображением. Когда мы спускаемся, тогда нам, конечно, встречается кое-что, что является не только отображением, но где включается реальность. Например вот так: оставляя ночью лежать в постели своё физическое тело и своё эфирное тело, мы не просто имеем астральное тело и «Я» снаружи [вне тела] — тело от них свободно, но в него входят высокие силы и оживляют его, когда астральное тело и «Я» пребывают снаружи; аналогично и в отображении присутствует кое-что, что принадлежит не только прообразу, но только входит, становясь отображением, когда отображение принадлежит сущности [реальности?].

Тогда возникает интересный вопрос: как из того, что является лишь отображением, сконструированным соответственно фантазии, возникает реальное отображение? Как раз тут входит ещё и это другое.

Только я бы ещё заметил: если внимательно присмотреться сначала к двум измерениям, то этот ход мыслей приведёт непосредственно к тому, чтобы обратиться к другому, который способен разъяснить [первую мысль]. Внимательно присмотревшись к двум измерениям, сможешь в этих двух измерениях изобразить всё, соответствующее двумерному образованию, но не то, что существует в [трёхмерном] пространстве. Но всякий согласится со мной, что тогда, когда вместо изобра-

жения перспективы и тому подобного я начинаю создавать [картину] красками, когда я подражаю краскам, то есть передаю образы красками, я помещаю пространство в соответствии с образом прямо на плоскость. Так что я, следовательно, могу поставить вопрос: Находится ли то, что в образе выражает цвет, в каком-либо из трёх измерений пространства? Может ли что-либо в красках указывать на то, что замещает три измерения, что может находиться вместо трёх измерений? Итак, если мы рассмотрим цветное, то сможем расположить его определённым образом. В двух измерениях мы добиваемся того, что передаём образ трёхмерного. И каждый ведь может увидеть, что все синие цвета передвигаются до известной степени назад, а все красно-жёлтые цвета — вперёд, так что уже в самом окрашивании мы имеем на самом деле три измерения. Таким образом, мы можем с помощью интенсивности красок выразить объёмное трёх измерений, и фактически можем добиться того, чтобы сжать трёхмерность; переходя к краскам, мы его вдавливаем в два измерения.

Такие рассуждения можно вполне связать и с тремя измерениями, чтобы затем прийти к этой текучей геометрии и, пожалуй, действительно догадаться: нельзя ли так расширить геометрию, чтобы это покоилось внутри, чтобы, например, соответственно пониманию конгруэнтных треугольников позволить треугольнику  $A$  быть конгруэнтным с треугольником  $B$ ; нельзя ли также сразу найти математическое отношение между тем, что я выполняю на плоскости как красный треугольник и тем, что выполняю на плоскости как синий треугольник; нельзя ли поразмышлять: не запретно ли просто сразу начертить на плоскости теперь уже простую форму линии, которая должна представлять собой красный треугольник, как и формы линий, которые должны представлять собой некий синий треугольник. Не должен ли я определённо сказать: если мне позволено начертить для красного треугольни-

ка эти формы линий, то, если хочу начертить их на той же плоскости, я должен начертить их небольшими; они должны быть начерчены маленькими просто потому, что изображены красным. А это должно быть начерчено большим просто потому, что должно быть синим.

Теперь возникает вопрос, нельзя ли таким образом внести в нашу геометрию фактор интенсивности, фактор силы, так, чтобы можно было учитывать интенсивность. В таком случае выявилось бы всё значение взаимодействия нашего левого глаза с нашим правым глазом. Стереоскопически мы видим благодаря тому, что оба глаза взаимодействуют. Но в области оптического это ничто иное, как если я левой рукой схватываю правую. Если бы я был существом, которое никогда не могло бы касаться одной частью своего организма другой, то я не мог бы получить никакого физического представления «Я». Я могу получать физическое представление «Я» только благодаря тому, что одной частью своего существа я могу соприкасаться с другой. И в пространстве я могу ощущать себя как «Я» только благодаря тому, что из моего повседневного опыта очевидно, что мой правый глаз перекрещивается с моим левым глазом. Это позволяет вносить правильное в представление, то есть не в реальность «Я», а в моё представление «Я».

А теперь вообразите-ка себе, какое последствие имело бы для этого вхождения «Я» [в физическое представление], если бы ваши глаза не были симметрично одинаковы, по крайней мере приблизительно, а были бы у вас несколько разными, или более того, если бы они отличались сильно, ибо они ведь несколько различны. Если бы ваш левый глаз был, например, значительно меньше правого, так что представляющиеся как левый и правый стереоскопические образы сильно бы отличались: левым глазом вы постоянно создавали бы маленький образ и, кроме того, ещё стремились бы внутренне увеличить этот маленький образ, и при этом правым глазом создавали

бы большой образ, и [правый глаз] в таком случае имел бы обратное стремление — [а именно внутренне уменьшить этот образ], — благодаря этому к статическому зрению, являющемуся стереоскопическим, вы добавили бы живое зрение.

Однако, [истинное] живое зрение вы должны создавать в тот момент, когда вы лишь немного восходите к созерцанию имажинативного. Это созерцание существует благодаря тому, что определённым образом непрерывно присоединяешь друг к другу асимметричные. Поэтому дорнахскую центральную фигуру представителя человека [в скульптурной деревянной группе] необходимо было показать с сильной асимметрией, чтобы именно благодаря этому проявить, как он поднимается к духовному. Так что на этом основании я дал вам представление о том, как всё, являющееся в нас человеком, например даже статическое стереоскопическое зрение, по сути дела, находится в состоянии равновесия, которое непрерывно имеет полярную тенденцию уклоняться в одну или другую сторону. И благодаря тому, что в каждое мгновение мы можем устанавливать наше состояние равновесия между верхом и низом, левым и правым, передним и задним, мы и являемся тем, чем мы являемся как люди.

## Ответ на вопрос

Дорнах, 30 марта 1920 г.

*Вопрос:* Как следует мыслить в смысле антропософии дальнейшее развитие химии?

Если занимаешься подразумеваемой доктором Колиско феноменологией, то следует как раз сказать: этот вопрос всё ещё настолько обширен, что и ответить на него можно лишь в высшей степени в виде намёка. Прежде всего необходимо осознать, что сначала надо подойти к соответствующей феноменологии. Феноменология — это не произвольный подбор одних лишь феноменов и не то, как она выявляется именно посредством научно поставленных опытов, но истинная феноменология есть такое систематизирование феноменов, какое, например, пытался делать Гёте в своём «Учении о цвете». <sup>64</sup> Это возвращение усложнённого к простому вплоть до той основы, где навстречу выступает основной элемент, основной феномен.

Но, разумеется, я достаточно хорошо знаю, что вполне умные люди теперь скажут: „Да, но если имеешь такую разумную расстановку относительно [связи] качественных феноменов с прафеноменами, то такое построение вовсе не сразу можно сравнивать с тем, как, например, математически объясняются аксиомой сложные геометрические связи; ибо геометрические связи в известной степени построены из чисто внутренней конструкции. Дальнейшее построение математики, исходя из этих аксиом, переживается в свою очередь как некое продолжение математического процесса, увиденное в своей [внутренней] необходимости, в то время как [с другой стороны] нам даётся указание при построении феноменов и прафеноменов полагаться на наблюдение внешних фактов”.

Но это не так, [даже] если это [так легко] утверждается — это ведь более или менее отчётливо и ясно утверждается в самой широкой области. Однако это утверждение есть лишь результат неправильной теории познания. И главным образом, это результат запутанного беспорядочного кружения эмпирического понятия среди других понятий. И из-за этого запутанного беспорядочного кружения эмпирического понятия среди других понятий проистекает, например, следующее.

Здесь не видишь того, что способ представления опыта сформирован непременно относительно человеческого субъекта. Я совсем не могу сформировать понятие опыта, не думая об отношении объекта к человеческому субъекту.

И дело исключительно в том, существует ли принципиальная разница между тем способом, каким я имею перед собой, например, гётевский прафеномен и усложняю этот прафеномен до производного феномена, когда мне внешне указано на то, что внешний опыт подтверждает мне высказываемое мной в суждении; есть ли разница во всём этом отношении субъекта к объекту по сравнению с тем, когда я утверждаю в математике, что сумма трёх углов треугольника равна  $180^\circ$ ? Или когда я доказываю теорему Пифагора по отношению к эмпирическому понятию? Есть ли на самом деле разница?

Что нет никакой разницы, всё-таки бросалось в глаза даже уже в исследованиях весьма остроумных математиков XIX столетия и до наших дней, которые ведь создавали дополнительно к евклидовой геометрии, пока только дополнительно, неевклидовую [геометрию], поскольку видели, что математика, наконец, тоже основывается на опыте (в том смысле, в каком об опыте говорят в так называемом эмпирическом естествознании).<sup>65</sup> И тут надо сказать: ведь теоретически вполне возможно мыслить геометрически, что три угла одного треугольника равны  $380^\circ$ . [Конечно, при этом надо] предположить, что пространство имеет другую меру кривизны.<sup>66</sup> В на-

шем обычном пространстве мы имеем правильную [евклидову] меру, которая имеет нулевую кривизну.

Только представив себе пространство более искривлённым [то есть, что кривизна пространства больше единицы], придёшь к такому правилу, как: сумма трёх углов треугольника больше  $180^\circ$ .

В этом отношении [имеются] интересные попытки, [например] Оскара Симони, который [продолжил] это исследование.<sup>67</sup>

Эти стремления показывают, что с определённой стороны уже тоже считали необходимым сказать: „Даже то, что мы высказываем в математических и геометрических правилах в качестве суждения, даже это нуждается в эмпирической проверке так же, как и то, что мы высказываем в феноменологии”.

## Ответ на вопрос

Дорнах, 31 марта 1920 г.

*Вопрос:* Обычная математика охватывает формой, поверхностью и направлением сил твёрдое, жидкое и газообразное. Как представить себе математику области тепла, химического и сферы жизни?

Что ж, тут, пожалуй, речь прежде всего идёт о том, что математическая область как таковая должна быть соответствующим образом расширена, если хотят математически, но, я бы сказал, только по аналогии, охватить высшие области.

Если об этом вспомнить, то обнаружится, что потребность расширить тут саму математику возникла в XIX столетии. Я хочу лишь напомнить — это, я полагаю, только вчера было уже упомянуто здесь по другому случаю<sup>68</sup>, — что тогда появилась потребность добавить к евклидовой геометрии неевклидову геометрию; что возникла необходимость осуществить, как мы это делаем обычно, вычисления для более высоких многообразий.<sup>69</sup> Уже внутри мы имеем указание для расширения математики. И мы непременно должны сказать: внимательно рассматривая обычную весомую материю, мы не доходим до того, чтобы воспользоваться каким-либо надлежащим применением других многообразий, кроме как обычных [евклидовых] трёх[мерных многообразий].

Но сегодня ещё так мало склонны входить в надлежащее наглядное представление об области тепла, химических [действий] и жизненных элементов, что продвижение в эти области математического способа мышления в настоящее время действительно ещё весьма проблематично.<sup>70</sup>

Например, [относительно изложенных здесь воззрений] можно вовсе не создавать противоположности незнанию (Nichtkennen) сущности массы, как это пропагандируется со стороны физиков. [Физик последователен, лишь когда он го-

ворит: в физике] нельзя детально останавливаться также на сущности света, [а только на] образе, как это представляется[ся] у Гёте. Физик, если он здравомыслящий, само собой разумеется, откажется [в пределах своей области] детально останавливаться на сущности вещей. Конечно, тогда сразу же [выявляется] бедственное положение: физик, пожалуй, [вообще] откажется останавливаться на сущности вещей. Кто сегодня в таком случае из принятого материального, физического воззрения пытается создать философию, тот уже не [только] отклоняет это, но заявляет: в сущность вещей [вообще] можно просто не вникать.

И вот мы имеем [сегодня очень одностороннее воззрение о] Земле, так как в физике мы ведь можем иметь дело не только лишь с геологией, но с тем, что выявляется из такой отдельной области как итог для всеобщего познания. Таким образом, мы уже имеем дело с ущербным последствием того, что постепенно в ходе времени проявилось для физики как раз не математически, а в качестве механистического мировоззрения.

Подразумеваемое Гёте в его высказывании о том, что на самом деле не следует говорить о сущности света, но надо пытаться узнать факты, деяния и страдания света (ибо они ведь и дают полное описание сущности света), — [это] не тождественно отклонению вопроса о сущности света, но прямое указание именно на то, что истинная феноменология (которая предписана в том смысле, как это было высказано здесь вчера<sup>71</sup>), что такая истинная феноменология в конце концов как раз и даёт образ сущности, принимаемой во внимание.<sup>72</sup> Конечно, непременно есть также [физика], поскольку она является и хочет быть феноменологией, и есть истинная феноменология, насколько это [касается] механистической области — образ сущности, а именно сущности явлений.

Итак, можно уже сказать: когда речь идёт не о механических явлениях или о том, что является, Впрочем, только меха-

ническим в физических явлениях — когда речь идёт о других областях, нежели о механических, тогда механистическое воззрение этих других областей на явления становится помехой для продвижения к истинной, познаваемой ради человека сущности вещей. И в этом смысле необходимо подчёркивать радикальное отличие такой феноменологии, которую подразумевает Гёте и которой можно заниматься в гётеизме, от той, которая как раз принципиально отказывается вдаваться в сущность вещей.

В свою очередь это не имеет уж никакого отношения к какому-то преимуществу механистического метода для стремления овладеть<sup>73</sup> природой. Ибо, само собой разумеется, мои глубоко уважаемые слушатели, что в той области, в которой были достигнуты как раз большие успехи последнего столетия — а именно в технико-механической области, — в ней механистическая часть познания природы в качестве основы могла дать определённое удовлетворение в стремлении овладеть природой.

Однако следует лишь спросить: Почему это стремление овладеть природой [или стремление познать] её прекратилось в других областях? Именно потому, что здесь было отклонено продвижение вперёд к такому же познанию, какого добивались в механической области, [прогресс познания отстал в этих других областях].

Разница между механической областью и теми областями, которые начинали с физического и затем через химическое пошли вверх к органическому и так далее, эта разница заключается уже не в том, что в этих высших областях имеешь дело только с [качественными] свойствами или тому подобным, но разница заключена в том, что просто относящееся к механической области, к механистической физиологии является простым, [что] это можно рассматривать, [поскольку это] является элементарнейшим. Отсюда мы и привели этот импульс

овладения к определённомu удовлетворению в этом элементарнейшем, [здесь это просто].

Но тогда [возникает] вопрос: Как мы можем прийти к удовлетворению этого импульса овладения, когда продвигаемся вверх в высшие области, которые просто уже не следуют механистическому? И вместе с тем тут надо непременно учитывать, что всё-таки приходят времена, в которые овладение природой, я бы сказал, несколько превышает чисто механистическую область.

И в механистической области невладение, познавательное невладение природой, чрезвычайно легко может привести [к знакомству], я бы сказал, с мезтью природы, с мезтью действительности. Если строят мост без основательного знания механических законов железной дороги, то в каком-то соответствующем случае мост разрушится, и железнодорожный поезд провалится.

Здесь тотчас наступает реакция против ложного овладения путём ложного познания. Это доказательство не всегда будет таким лёгким там, где овладение касается некоторых более сложных областей, которые однако [теперь] должны быть взяты не из количественного, не из механистического, но которые необходимо брать, продвигаясь именно в реальной выработке феноменологии. В случае разрушения моста, после того как по нему прошёл третий поезд, можно с изрядной долей уверенности сказать, что он был построен с недостаточным стремлением к познанию. Однако сегодня, когда у врача кто-то, тем не менее, умирает, нелегко решиться таким же образом констатировать связь между стремлением к познанию и владением природой. Реже говорят, что врач кого-то залечил до смерти, чем, что кто-то построил плохой мост.

Короче, чтобы до возможности такого удовлетворения стремления к овладению посредством механического созерцания природы доходило только в области механистической тех-

ники, следовало бы несколько реже подчёркивать, просто на основе известных фактов, это [значение] овладения природой.

Кроме того, другое созерцание природы сможет дать как раз совсем иное удовлетворение импульса овладения. Тут я укажу, например, только на то (я полагаю, что вчера я уже указал на это с другой точки зрения), что невозможно перекинуть мост от механистического мировоззрения к человеку; но мост сразу же наводится, когда применяется истинная феноменология.<sup>74</sup>

У Гёте в его «Учении о цвете» вы получаете не только изображение физиологических феноменов [и] изображение физических феноменов, но, продвинувшись до чувственно-нравственного действия красок, имеете как раз всю область, где явление, целая область сразу же придвигается к человеку.<sup>75</sup>

И от этой области, на которую там, кроме того, указал Гёте — чувственно-нравственного действия цветов, — переходят, если дальше работают уже духовно-научно, в совершенную область познания природы.

И, пожалуй, было бы определённно хорошо, если бы уже сегодня всё снова и снова обращали внимание на то, что большая часть переживаемого ныне человечеством внутри европейской культуры как упадочные явления вообще связана с тем, что мы достигли именно удовлетворения импульса господства только с одной стороны, с механистической стороны. Ведь тут мы ушли на самом деле довольно далеко. Мы дошли не только до того, что построили железные дороги, соорудили телеграфы и телефоны, вплоть до [радио и многоканальной] телеграфии, но и в этом удовлетворении механистического импульса господства мы ведь ушли так далеко, что забетонировали большую часть Европы, уничтожили её. В глубоком удовлетворении импульса господства мы дошли до разрушения.

Теперь дело обстоит так: это удовлетворение импульса господства [вплоть до разрушения] — собственно говоря, это прямолинейное продвижение чисто технического импульса господства было всё-таки [этим разрушением]; это таилось в прямолинейном продвижении, — что относится и к тем вещам, которые теперь основательно искореняют, когда нездоровое распространение механистического воззрения на все физические явления заменяют тем, что теперь не уничтожает истинно специфическое физических явлений просто вследствие того, что всё заполняется механическими представлениями, но к специфическому в физических явлениях фактически продвигаются от механистического образования представлений, дающих в своей области хорошую физиологию.

И здесь необходимо указать на то, что именно этот способ рассмотрения, который, тем не менее, нельзя, разумеется, в течение одного часа довести до его окончательных выводов, что этот способ рассмотрения, исходя из соответствующей действительности, приведёт к некоторому расширению, также и в самой математической области. И мы должны уяснить себе, что такие вещи, возможно, возникли именно из механистической путаницы, что всевозможные взгляды на так называемый эфир были, по сути дела, установлены в ходе последних тридцати, сорока, пятидесяти лет.

И прежде упомянутый относительно другой области физик Планк был тем, кто в конце концов пришёл к формулировке: „Если вообще хочешь говорить в физике об эфире, то во всяком случае не должен придавать ему никаких материальных свойств.“<sup>76</sup> Его нельзя мыслить материально”. — Итак, физику всё-таки подталкивали к тому, чтобы не приписывать эфиру никаких материальных свойств.

В чём же собственно заключены ошибки в идеях эфира, в понятиях эфира? Что ж, мои глубоко уважаемые слушатели, состоят они вовсе не в том, что недостаточно занимались ма-

тематикой или чем-либо таким, а в том, что занимались ложной математикой, так как были воодушевлены только тенденцией расширить математическое за пределы специфически физического, и что в формулы, включающие также действия эфира, величины вставлены так, как их вставляют для весомой материи.

Как только уясняешь себе, что при вхождении в эфирную область прекращается возможность включения в математические формулы обычных величин, возникает стремление искать само истинное расширение математики.

Видите ли, стоит лишь указать на двоякое. Физик Планк говорит, что если вообще хочешь говорить в физике об эфире, то ему, во всяком случае, нельзя приписывать материальных свойств.

В теории относительности Эйнштейна, или вообще в теории относительности, оказываются вынужденными вообще исключить эфир.<sup>77</sup>

Итак, эфир исключать нельзя — это нечто такое, на что сейчас я могу лишь указать, — но речь идёт о том, что в тот момент, когда мы переходим к эфиру в наших физических формулах, то есть в математических формулах, применяемых в физическом, нам необходимо включать в формулы величины с отрицательным знаком. [Эти величины должны быть включены отрицательными,] так как, продвигаясь вперёд от положительной материи до ничто (Nullität), мы просто то, что необходимо мыслить как нечто существующее, отделяем с другой стороны [именно так], как в формальной физике переходим от положительных величин к отрицательным; и в эфире мы не имеем ни пустоту, подразумеваемую Эйнштейном, ни чистое отрицание, как говорит Планк, потому что эфир необходимо мыслить как нечто, обладающее свойствами, которые противоположны свойствам материи так же, как отрицательные числа — положительным.<sup>78</sup> И тут уже получаешь чистое

расширение математического — теперь можно спорить о том, что такое отрицательная величина, — но пока не приходишь к прояснению самого характера отрицательного, здесь продолжение числовой линии в отрицательное получает уже определённое значение и для действительности.

Мне, конечно, довольно хорошо известно, что в XIX столетии в математической области был важный спор между теми, кто видел нечто качественное в положительных и отрицательных знаках, в то время как другие, напротив, видели в отрицательных знаках только некое вычитаемое, для которого недостаёт отрицательного уменьшаемого.<sup>79</sup> Но вместе с тем дело не в этом, а в том, что в самой физике мы, когда переходим из весомых [действий] в эфирные действия, на самом деле можем быть вынуждены совершить тот же путь, который мы [вынуждены] проделывать в формальной математике от положительного к отрицательному. В таком случае когда-нибудь испытаешь, что получается из формул, если решишься [так] трактовать величины.

Тогда, несмотря на то, что в формальной математике вновь сделано [и] может [делаться] много добротного по обоснованию формальных [мнимых] величин, снова получается, что мы просто вынуждены вводить [также и] в физику мнимые величины за положительными и отрицательными величинами. А благодаря этому мы приходим к соединению с величинами природного бытия.

Я хорошо знаю, что набросано это лишь совсем бегло, схвачено лишь в нескольких словах; но всё-таки я должен обратить внимание на то, что это возможно, чтобы при продвижении от весомой материи вверх, когда доходишь до жизненных сил, был вынужден повсюду вводить в формулы отрицательные величины, вообще вводить просто для обращения материально количественного. И чтобы потом, как только выйдешь за пределы жизни, быть вынужденным перейти от од-

них только отрицательных величин к мнимым величинам; но так чтобы иметь тут не только формальные величины, обладающие теперь такими свойствами: [они] относятся уже не [к положительной или отрицательной] материальности, а [к] субстанциональности — то есть относятся внутренне качественно не только к эфирному [к отрицательной материальности], но и к весомому [к положительной материальности] так, как мнимая числовая линия относится к положительным и отрицательным числам, к реальной числовой линии. Так что фактически можно уже даже соединить имеющееся в формальной математике с определённой областью реальности.

Было бы очень жаль, если бы попытки, указывающие, как приблизить теперь человеческие идеи к погружению в действительность, потерпели неудачу из-за тривиального представления, что действительно предлагаемое рациональной [а не только механической физикой и] физиологией меньше удовлетворило бы человеческое стремление к овладению природой. Это его удовлетворило бы больше, чем довольно-таки прославленное использование механистического мировоззрения для механистической техники. Эта механистическая техника определённо довела человечество в культурном развитии с одной стороны до грандиозного. Но те, кто постоянно говорит о том, что вычисляющая физика — то есть физика, вычисляющая так, как она вычисляла именно до сих пор, — что физика имеет [известный] блестящий успех в области естествознания на техническом поприще, должны бы подумать, что при известных условиях даже направляя внимание лишь на эту чисто техническую область можно было бы допустить совсем другие области. И что чисто механическое познание нам могло бы пригодиться для выхода из бедственного положения, из упадка, в который нас ввергло чисто техническое господство и его базис, и для выхода из этого бедственного положения и из этого упадка нам может быть необходима имен-

но склонность к физиологии [и физике], которые теперь действительно могут говорить об отклонении от познания сущности не так, как это фактически должно считаться для механистической области, доступной механистическому познанию.

Вы, конечно, видите, что [механистическая область] так легко может отрекаться от сущности по той причине, что ведь эта сущность — я бы сказал, это так очевидно, — простирается в пространстве. И гораздо труднее зайти тем же способом в область физического так же далеко, как в область механистического.

Отсюда и вся речь о невхождении в сущность. Физик, если он стремится мыслить только механически, может в другом смысле легко отклонить познание сущности. Ибо позади того, чем являются нынешние формулы в том виде, как их сегодня приводят для математического выражения [механистического], нет никакой сущности. Сущность начинается только там, где применяют уже не [только] эти формулы, а проникают в [само] математическое существо.

Это лишь к ответу на вопрос, как можно математическое представить себе распространившимся за пределы невесомого.

## Ответ на вопрос

Дорнах, 15 октября 1920 г.

*Вопрос о третьем законе Коперника.*

Мои глубокоуважаемые слушатели! О третьем законе Коперника невозможно говорить вкратце. Только я хотел бы при этом привести кое-что из истории.

Если вы возьмёте основной труд Коперника об обращении небесных тел\*, благодаря которому вначале ведь до определённой степени было подорвано старое птолемеёво учение, то в этом основном труде вы как раз найдёте третий закон.<sup>80</sup> Из этих трёх законов [первый] говорит [о ежегодном эксцентрическом круговом движении Земли вокруг Солнца,] второй — о вращении Земли вокруг своей оси, однако, третий закон говорит о движении Земли вокруг Солнца, [тесно связанном со временами года и прецессией]. Однако в дальнейшем ходе развития астрономической науки этот третий закон Коперника в действительности не принимался во внимание в своей полноте, ибо [последователи] Коперника исключили прежде всего этот третий закон Коперника. Я хочу привести это только по смыслу, иначе я должен бы делать очень подробные рисунки, и реально это продолжалось бы до полуночи, если бы мы это осуществили в деталях.

Коперник — прежде всего из фактов, находящихся в его распоряжении, — вычислил ежедневные [и действующие через вращение Земли вокруг Солнца] изменения и при этом не принял во внимание ежегодные [связанные со временем года, а также столетние] изменения, которые он включил как раз в свой третий закон; и тогда он сказал: „Если берёшь ежедневные [и зависимые от вращения Земли вокруг Солнца] изме-

---

\* «Об обращении небесных сфер». (1543 г.) (прим. ред. перев.)

нения положения Земли по отношению к другим небесным телам, то в результате получаешь определённый взгляд на оборот Земли вокруг Солнца. Этому противостоят другие явления [как времена года и прецессия], которые, собственно, уничтожают это допущение оборота Земли вокруг Солнца”.

Чтобы в процессы, происходящие между Землёй и другими небесными телами, ввести до известной степени некий род возможности подсчёта, удобно сначала не принимать во внимание те изменения, которые сперва могли быть наблюдаемы в ходе одного года [или в течение столетий], и которые, кроме того, усложняют ежедневные [и зависимые от вращения Земли вокруг Солнца] изменения. Так что в действительности дело обстоит так, что, если вычисляешь ежедневные изменения по допущениям, сделанным Коперником в его [первом и] втором законах, то получаешь годовой оборот Земли вокруг Солнца. Если учитываешь то, что он вводит в свой третий закон, то по этому поводу он сам говорит следующее: «Да, это действует именно так, что фактор, всегда включённый в соответствии с первым законом в суточное движение и выявляющий затем годовое движение, в действительности должен компенсироваться (*zurückgerechnet*), так что такое годовое движение, по сути дела, [почти] совсем не выявляется».<sup>81</sup> И тем не менее этот третий закон Коперника в действительности никогда не принимался во внимание, и предпосылкой было удобное допущение, что Земля просто вращается вокруг своей оси за двадцать четыре часа и при этом продвигается вперёд и вращается вокруг Солнца в ходе года. Да, это было конечно удобное обстоятельство, пока догматически стояли на допущении Коперника об абсолютном бездействии Солнца. Но поскольку нельзя ведь придерживаться этого абсолютного бездействия Солнца, то, разумеется, уже с давних пор этот третий закон Коперника, по сути дела, прекрасно учитывается.<sup>82</sup>

И теперь я могу только резюмировать. Как сказано, разъяснение, позволяющее, в частности, всё изложить математически-геометрически, отняло бы много времени. Однако если теперь действительно серьёзно рассматриваешь третий закон Коперника и снова принимаешь его, то получается, что осуществляется не движение Земли вокруг Солнца, а до известной степени происходит так, что движется Солнце, а пока осуществляется оборот Земли вокруг Солнца, Солнце уже убегает во время этого оборота. Так что в таком случае в самом деле происходит продвижение Солнца вперёд, и вслед — движение Земли и других планет, в соответствии с Солнцем, так что в действительности тут имеешь дело с винтовой линией, которая движется вперёд и определённым образом в одной точке присутствует Солнце [и] на другом конце — Земля. Вследствие того, что имеешь дело один раз с одним таким визированием, Земля-Солнце, и, винтообразно продвигаясь вперёд, с другим визированием, создаётся видимость вращения Земли вокруг Солнца.<sup>83</sup> Интересно, что в ходе дальнейшего развития исторической астрономии просто опустили то, в чём Коперник был уже дальше, чем мы сегодня, — третий закон Коперника, и создавали астрономию без этого третьего закона, вслед за которым отменяются явления, полученные вначале в результате расчётов годового движения Земли вокруг Солнца, — но чтобы быть вполне справедливыми к Копернику, должны будут снова ввести третий закон.<sup>84</sup>

Однако, вопрос не имеет чрезвычайно большого (...) по той причине, что ведь, если в астрономии применяешь истинную феноменологию, то прежде всего уяснишь себе — о чём ведь уже упоминала госпожа доктор Вреде (Dr. Vreede), — что имеешь дело с движениями, которые чрезвычайно сложны, и что в обычных геометрических построениях, лежащих в основе этих движений, в действительности всегда осуществляешь только [простые геометрические] направления, и то-

гда-то, поскольку небесные тела, в свою очередь, не следуют этим [простым] направлениям, возникает необходимость вводить возмущения (Störungen), так что всегда [вновь] допускаешь [дополнительные] вспомогательные гипотезы.<sup>86</sup> Если когда-нибудь одолеешь эти вспомогательные гипотезы, то астрономия предстанет совсем иной.

Однако, мои глубоко уважаемые слушатели, не может быть иначе, как только научиться наблюдать, продвигаясь к естествознанию, которое на самом деле включает человека и те явления, которые встречаются в человеке; затем благодаря включению этих явлений можно будет только в человеке получить наглядное представление о том, что, собственно, происходит в мировом пространстве. Ибо сегодня мы имеем естествознание, которое, как указал и доктор Унгер<sup>87</sup>, по сути дела, абсолютно выбросило человека, отказалось от человека; и собственно только по той причине, что имеют это далёкое от действительности естествознание, которое считается со всем существующим вне человека, но которое вовсе не считается с происходящим именно в человеке, только по этой причине могут как-то получать почву такие вещи, как теория относительности<sup>88</sup>. Не правда ли, эти вещи всё-таки не соответствуют действительности. Однако мыслить в соответствии с действительностью — это нечто такое, что человечество снова должно будет прививать себе воспитанием.

Взгляните, если у вас здесь лежит некий камень (...рисунок), то в определённом смысле вы можете рассматривать его — но тоже только в определённом смысле, ведь это всегда зависит от предположения, которое делаешь, — как что-то, имеющее в себе бытие. Можно сказать: если внимательно посмотреть на то, что видно здесь в пределах поверхностей, ограничивающих камень, то приходишь к одному роду представления о камне. Но предположите, что вместо камня у меня есть роза, которую я сорвал. Тут я не имею возмож-

ность приписать ей реальность в том же смысле, в каком написал камню в его границах, ибо здесь эта роза не может существовать как сорванная роза. Она должна возникать в связи с чем-то другим. Поэтому можно сказать одно: камень имеет определённое реальное бытие внутри своих границ, роза же в пределах тех границ, в которых я имею её как розу, не имеет бытия, так как она может существовать только на розовом кусте, и если я отрываю её от розового куста, она уже не может быть тем, чем она была, ибо она находится в состоянии, в котором, собственно, в ней уже нет условий [для бытия] — она больше не может существовать.

Такое мышление, которое погружается в вещи и считается с вещами, в свою очередь должно быть сначала привито воспитанием. И только получив его снова, можно рассчитывать на то, что такие вещи тоже вновь выявятся, как и здоровая астрономия, и что такие вещи не имеют места в виде этой совершенно необычайной абстракции, которую предлагает теория относительности. Теория относительности — это как раз некая теория, учитывающая, собственно говоря, вещи, которые действительностью, по сути дела, не являются.

Когда имеешь обычную формулу  $[s = v \cdot t]$ , путь равен скорости, умноженной на время, то это очевидно. Когда я отмечаю некую реальность, я, тем не менее, могу написать [ещё]: (...)

$$\left[ v = \frac{s}{t} \right].$$

Я могу [вычислить] всё то, что существует в реальности, когда она схватывается через абстракцию. Так как я многое могу охватывать абстрактно, то и вычислять в пределах абстрактного я могу [по-разному]. Но нельзя полагать, что в таком случае эти абстракции тоже являются реальностью. На

самом деле в неорганическом мире реальностями являются только скорости, а время и пространство — только абстрактны. И когда приступаешь к расчётам со временем и пространством, само собой разумеется, чтоходишь в нереальное, и хоть передвигаешься в нереальном с помощью мышления, снова войти в реальность нельзя.

Эти вещи очень глубоко связаны с весьма значительными недостатками нашего времени. Когда-то в ходе нового времени вследствие того, что человечество полностью отошло от духа, пытаясь овладеть природой, мы пришли к движению всего нашего душевного в абстракциях. В определённом смысле это движение в абстракциях является чем-то чрезвычайно удобным, так как не нужно воспитывать себя самого с целью погружаться в вещи. Это ведь совершенно естественно, что мыслить в пространстве и времени легче, чем погружаться в свойства вещей и ясно понимать, что теперь могут мыслить как реальность нечто, что можно представлять вообще как реальность в связи с чем-то другим. Действительно, читая рассуждения Эйнштейна или вообще теорию относительности Эйнштейна и обладая при этом подготовленным мышлением, развитым стремлением к познанию в отношении реальности, испытываешь — вы, пожалуй, можете в это не поверить, но это так, — по сути дела, муки, если имеешь чувство реальности. Ибо все излагаемые там вещи, которые математически вполне последовательны, для обладающего чувством реальности, по сути дела, мысленно вовсе не осуществимы. Однако, следует лишь представить себе, удерживая весь комплекс идей, который необходимо иметь ради некоего смысла, что некто, кто (...) [уложен в некую коробку и с большой скоростью совершает путешествие через пространство], подвергается воздействиям при определённых условиях, сквозь которые он, [когда возвращается], входит при всем других поколениях.<sup>89</sup> Когда что-то обдумываешь таким

образом, то, конечно, представляешь только в пространстве и времени. Думаешь не о внешнем бытии того, с чем проделываешь тут мыслительный эксперимент, и не о том, что это конечно должно между тем разрушиться, сломаться. Собственно говоря, для такого мыслителя, который является мыслителем относительности из фанатизма, это может звучать наивно. Но для действительности это принимается во внимание. И человеку, обладающему чувством реальности, как раз непозволительно [выдумывание] этих вещей. И тогда нельзя ничего другого — пожалуй, теоретик относительности по-прежнему найдёт это таким наивным, — нельзя ничего другого, кроме как мыслить таким образом.

Так, едешь, например в автомобиле, и происходит так называемая авария. Допустим, что это безразлично, представляю ли я автомобиль проносящимся вместе со мной или же представляю его находящимся в покое, а поверхность подо мной уносящейся прочь. Я хотел бы знать, когда имеешь теперь аварию, почему — если это должно быть совершенно безразлично, — почему, если авария касается всё же только автомобиля, почему же теперь именно Земле должно приходиться на ум, когда случается авария, вдруг бастовать здесь ради этой маленькой аварии. Не правда ли, если бы это было совершенно безразлично, то это не зависело бы от внешнего изменения вещей. Как сказано, для теоретика относительности всё это представляется страшно наивным, но сегодня существуют всё-таки реальные факты.<sup>90</sup> И тот, кто своим мышлением живёт в действительности, а не в некой абстракции, в пределах которой можно мыслит весьма последовательно, тот должен обращать внимание на эти вещи.

Итак, по сути дела, мы живём в теоретической астрономии, и классическим примером — это ведь следует привести только как пример — является этот отказ, отбрасывание этого третьего закона Коперника, потому что он как раз неудобен,

потому что эти труды учат именно тому, чтобы вычислять не с таким удобством, как это делают. И что же делают? Просто говорят: «Ныне в расчёт принимают два закона Коперника, но здесь всё-таки ничего не происходит, здесь просто не соответствуют периоды полудней». Следовательно, ежедневно вносится коррекция, так называемое число коррекции Бесселя<sup>91</sup>. Но когда это рассматривают серьёзно, тогда исходят как раз из необходимости принимать во внимание третий закон Коперника, то есть тогда входят в действительность.

В самом деле, здесь гораздо важнее осознавать вытекающее из принципиального таких вещей. Ибо, видите ли, сегодня мы действительно находимся в принципиальном так, что в различных направлениях возникают именно те ложные пути, три из которых сегодня вечером превосходно выявил в определённой области господин Штеффен<sup>92</sup>. Однако в реальности эти ложные пути сегодня очень сильно выступают навстречу и входят в жизнь. То, что мы воспитанием привили себе из мнимого математического способа мышления, каким он является, значит так много, что, я бы сказал, постепенно стало пробным камнем гениальности мышления. И это уже действительно так, мои уважаемые слушатели: если обладаешь чувством реальности, гениальность порой помогает гораздо меньше, чем когда не имеешь чувства реальности. Ибо, видите ли, имея чувство реальности, надо придерживаться этой реальности. Надо погружаться в вещи и жить с вещами. Если не имеешь чувства реальности, можно, пользуясь как раз только математическими формулами и математическими методами, вычислять самыми остроумными способами в пространстве, а также во времени, и выходить тут к вполне плодотворным абстракциям.

И порой эти абстракции являются такими соблазнительными! Я только напомню о современной теории множеств, которая, не правда ли, стала основой для объяснения бесконечно-

сти. Здесь мы имеем разрешение математического принципа в себе самом, разрешение числа в себе самом, когда число уже не воспринимается в смысле обычного числа, но когда какое-то множество сравнивается с другим, у которого качество отдельных единичных элементов не принимается во внимание и только проводится сопоставление.<sup>93</sup> И приходят, конечно, к возможности построить определённую теорию бесконечности. Однако постоянно плавают в абстрациях. В конкретной действительности эти вещи вовсе не осуществляются.

Теперь это имеет большое значение, что привыкли постепенно отказываться от этого погружения в действительность. Видите ли, наука в этом отношении должна многое фактически поставить на место. Я привёл вам две противоположности. Конечно, кажется, что это к теории не имеет отношения, но в действительности же — очень большое. Ибо во всех этих вещах речь идёт о гораздо большем, чем теория. Теория уже сама собой может корректироваться, если присутствует здоровый образ мышления. Речь идёт скорее о совершенствовании здорового мышления, мышления, являющегося не только логическим, поскольку логическое считается математическим, и в математике легко вычислять логически и затем получать при этом абсолютно последовательные в себе образования, но их нельзя применять в действительности. И теперь мы дошли до того, что можем как раз сейчас показать, как всё-таки в действительности выглядят эти вещи для такого недисциплинированного мышления, не имеющего истинного смысла для действительности.

Здесь, в известной книге, в книге Шпенглера «Закат Европы [Der Untergang des Abendlandes]»<sup>94</sup>, которая издана тысячами, десятками тысяч (я полагаю, что семьдесят или восемьдесят тысяч экземпляров уже продано), с одной стороны, я бы сказал, вы имеете стремление собрать всё, что может дать современная наука. Это ведь, как вы понимаете, означа-

ет в четыре-пять раз больше читателей; и мы конечно знаем, какое огромное влияние эта книга имеет на сегодняшнее мышление, потому что в определённом смысле она [возникла], исходя из сегодняшнего мышления. Она построена мужественно, так как делает предельные выводы этого мышления. В этой книге Шпенглер берёт всё, что есть в астрономии, истории, в естествознании, искусстве, науке — он собирает всё, и надо сказать, сила доказательства чрезвычайно велика. Потому что Шпенглер действительно думает, что он имеет смелость сделать последний вывод [из того], как, собственно, сегодня надо мыслить, если ты в истинном смысле сегодняшнего времени являешься астрономом, в истинном смысле сегодняшнего времени являешься ботаником, искусствоведам, историком искусства и так далее. Здесь можно обнаружить строго доказанным именно это — и это безусловно разъяснено в книге Шпенглера, — что в начале третьего тысячелетия цивилизация Запада погибнет в полной дикости, настолько строго доказанным, как, например, можно доказать вторую основную теорему механической теории теплоты<sup>95</sup> или что-нибудь другое, что кажется определённым, как механическая теория теплоты.

Это уже говорит о том, что через эту книгу достигли не только того, что можно увидеть закат современности, но и того, что книга может подкрепить доказательствами [будущие события] так, как обычно сегодня подкрепляют доказательствами что-либо научно. Ибо не хуже астрономии или чего-либо другого — во всяком случае, гораздо лучше, чем доказана теория относительности, — Шпенглер по методу современной науки доказывает гибель Запада. И избежать этой аргументации можно конечно только тогда, когда видишь другие факторы, которые как раз не видит Шпенглер. Это как раз те факторы, которые позволяют, начиная с нынешнего момента времени, возникать в человечестве совершенно но-

вым импульсам, которые должны рождаться из глубины человеческой души и видеть которые не в состоянии именно наука, строящая только на современном мышлении.

А как же выглядит это мышление Шпенглера? Шпенглер не мыслит, как теоретик относительности, Освальд Шпенглер, по сути дела, мыслит всё-таки в категориях действительности. Но всё, о чём он мыслит, всё же не находится в гармонии. Он создаёт понятия об астрономии, о биологии, понятия о развитии искусства, об архитектуре, о пластическом искусстве. Эти понятия всё-таки не гармонируют друг с другом. И в действительности он таким образом получает структуру понятий, которую я сравнил бы с такими проникшими друг в друга и как попало сталкивающимися кристаллическими формами. Это всё движется вперемешку, это взаимно разрушается, и, если имеешь чувство реальности для своих понятий, то, прорабатывая книгу Шпенглера, непрерывно получаешь понятия, которые являются довольно полными (...рисунок). Освальд Шпенглер — это человек, который умеет мыслить и образовывать свои понятия. Только эти понятия взаимно разрушаются, растаскиваются и разрезаются. Не остаётся ничего, потому что всегда одно понятие является убийцей другого. В действительности, это некое ужасное, беспорядочное занятие, когда с чувством реальности прослеживаешь представление Шпенглера.

Итак, у Освальда Шпенглера налицо то, что он представляет собой один полюс сегодняшнего мышления, полюс, который сводится к тому, что понятия образуешь, исходя из всех областей, а потом создаёшь единство. Философы в свою очередь так прекрасно дают абстрактные определения, что все эти понятия, находящиеся в отдельных науках, следует собрать и затем сформировать определённую систему, чтобы прийти к вершине. Но приходишь не к вершине, а к чему-то такому, что взаимно разбивается, разбрасывается, разруша-

ется. Всё-таки Освальд Шпенглер гораздо лучший философ для сегодняшней науки, чем иные другие [философы], которым не хватает только мужества так остро изобразить понятия, и у которых они поэтому не разрушаются. Но поскольку, работая в философии по научному, повсюду путают то, что на самом деле является когтями тигра, с кошачьими лапами и тому подобным, постольку осуществляются потом те комичные образования, которые сегодня часто считают философскими выводами отдельных научных исследований. Таким образом, если посмотреть серьёзно на то, что получается, то здесь имеешь как раз Освальда Шпенглера, который, как сказано, изведаль все науки, сведущ во всём, что, собственно, как науку можно привлекать сегодня из философских навыков.

Но по другую сторону стоит другой популярный философ, особый экземпляр — хоть ему и не так поклоняются, — граф Герман Кейзерлинг (Keyserling)<sup>96</sup>; он отличается от Освальда Шпенглера тем, что его понятия вовсе не имеют содержания. Тогда как понятия Шпенглера являются очень сочными, понятия Кейзерлинга абсолютно пусты. Они, собственно, всегда довольно хорошо уживаются, ибо по сути они действительно являются только выжатой словесной шелухой. Существует единственная мысль, являющаяся однако словесной шелухой, что дух должен соединяться с душой.<sup>97</sup> Граф Герман Кейзерлинг часто нападал на антропософию, например, когда он, упрекал меня в «Zukunft», что я разделил человека на различные члены: на эфирное тело, тело ощущения, душу ощущающую и так далее, — а человек всё-таки является единством и действует как единство.<sup>98</sup>

Конечно, мои уважаемые слушатели, мысль [что дух должен соединяться с душой] кажется чертовски умной, когда в последнем произведении Германа Кейзерлинга она присутствует, как выжатая мыслительная оболочка. Но эта мысль не умнее той, которую высказал некто: «Ну, конечно, костюм,

который всё-таки является единством, нельзя разделять на жилет, брюки и обувь и так далее. Ведь всё это есть единство, и лишь потому, что портной помимо пиджака и брюк не может мне ничего сделать, я и должен идти ещё к сапожнику, чтобы он к этому сделал мне обувь — ведь это всё единство». Конечно, само собой разумеется, что на человеке все эти вещи представляют единство. Но когда существует мнение, что всё это следует шить вперемешку, и что должна возникать какая-то часть одежды, которая тем не менее [состоит] из пиджака и брюк и, может быть, ещё из обуви и так далее, [тогда, даже если, исходя из абстрактного] идеализма, граф Герман Кейзерлинг хочет создавать [из этого некое] единство, делать это просто нет никакого смысла (...).

Однако, мои уважаемые слушатели, это другой полюс. С одной стороны, Освальд Шпенглер с понятиями, которые повсюду взаимно разрушаются, с другой стороны, Кейзерлинг со своими абсолютно пустыми понятиями, внутри которых ничего нет. Так что, прочитывая Шпенглера, если обладаешь духом реальности, испытываешь муки, когда переживаешь это соударение и это раздавливание понятий, это вдвигание их друг в друга. Непременно переживаешь это, особенно если имеешь чувство художественного. Эта книга Освальда Шпенглера является абсолютно нехудожественным творением. В книге же Кейзерлинга читаешь первую страницу и прекращаешь, ибо нет никакого воздуха — то есть эти понятия являются безвоздушными.<sup>99</sup> Хочешь что-то мыслить, но ничего нет, только нанизывается слово за словом, предложение за предложением, и люди могут понимать чрезвычайно легко, и с такими вещами они необыкновенно приятно осваиваются, особенно когда такие бессильные антимыслители в таком случае им ещё говорят: «Да, в том, что духовная наука констатирует в фактах, может быть есть нечто истинное, но я не могу

это проверить и поэтому не хочу это принимать. Я отнюдь не тот человек, который обладает интуицией», — и так далее.<sup>100</sup>

Само собой разумеется, людей это особенно подкупает, особенно, когда рядом с теми, которые тоже этого не могут, есть, конечно, один, кто это проверить также не может, но он, особенно в современную эпоху, значительно милее, чем некто, возле которого они должны только крутиться. Писания, особенно в отношении искусства, ужасны, но сегодня это находит многочисленную публику. Это то, что я ещё хотел сказать.

Возможно, мои уважаемые слушатели, у вас возникнет даже некое чувство, если я приведу вам то, что вложено в слова Гёте: „Обдумывая «что», больше обдумывай «как»”.<sup>101</sup> Видите ли, у Шпенглера вы можете обдумывать «что», ибо он много приводит «что». Но Гёте знал, что при созерцании мира приходишь к тому, что совокупность созерцания мира видишь при определённом «как»: в сочетании, организации, гармонизации, в возможном внутреннем процессе организации представлений. Поэтому про Шпенглера можно сказать: обдумывается «что». Он это обдумывает так, как должен это обдумывать, но «как» он совсем не обдумывает. Гёте требовал прежде всего обдумывать «как» — развитие, оформление. О Генрихе Кейзерлинге можно было бы воскликнуть: ну, конечно, он имеет мнимое «как», но не вставляет никакого «что»; тут уже, наоборот, что-то заплесневело вместе с «как», не правда ли?

## Ответ на вопрос

Штутгарт, 15 января 1921 г.

*Вопрос* о необходимости антропософской точки зрения. Почему в проблеме Эйнштейна нужно вдруг работать с обратными знаками там, где переходишь от весомого к эфиру?

Разумеется, это можно делать абсолютно вне антропософской точки зрения, когда совершают вещи так, как и в других многочисленных областях науки: изучают феномены. Я показал, как объективно созерцают феномены в так называемом учении о теплоте в курсе, который несколько месяцев назад я прочитал здесь для небольшого числа слушателей.<sup>102</sup> Тогда речь шла о том, что представляемое феноменами пытаются выразить в математических формулах.

Особенностью такого выражения в математических формулах, конечно, является то, что оно только тогда верно, когда соответствует тому процессу, который можно затем наблюдать, если результат математической формулы до определённой степени является правильным в действительности и если это может проверяться действительностью. Если в замкнутом пространстве вы имеете нагретый, находящийся под давлением газ и хотите постичь возникающие здесь феномены, то вы можете, правда довольно искусственно, применить формулы Клаузиуса и другие формулы<sup>103</sup>, но вы увидите — это признают и сегодня, — что факты не совпадают с формулами.<sup>104</sup>

В теории Эйнштейна оказывается удивительным, что сначала существуют эксперименты. Эти эксперименты создаются, так как предполагается определённая теория. Эксперименты не подтверждают эту теорию, и тогда создаётся другая теория, которая, по сути дела, основывается только на упомянутых экспериментах.<sup>105</sup>

Если же вы просто попытаетесь заняться явлениями теплоты, включив для этого в формулы соответственно положительные и отрицательные знаки в зависимости от того, имеете ли вы дело с проводящей (leitender) или излучающей теплотой, то вы найдёте эти формулы проверенными посредством действительности.<sup>106</sup>

Конечно, если переходишь к другим весомым веществам, то нельзя оставаться только при полагании одного отрицательного, но в таком случае к полаганию отрицательного необходимо добавить другие отношения. Надо определённым образом представить себе в весомом силу, действующую в радиальном направлении. А то, что принадлежит области эфирного, представить происходящим из периферии, действующим только на [одной] площади круга, но всё же с отрицательным знаком. И таким образом, необходимо, идя к другим [не]весомым ([Im-]Ponderabilien) факторам, соответствующую величину включать иначе, тогда обнаружишь, что приходишь к формулам, которые можно проверять посредством явлений.

Такой путь может пройти каждый, даже если он ориентирован не антропософски.

Притом, я хотел бы всё же подчеркнуть и кое-что другое: не думайте, что вещи, представленные вам в этих четырёх докладах, сообщались вам таким образом потому, что я ориентирован антропософски, но поскольку они являются таковыми. И антропософская точка зрения следует только из того, что обзираешь вещи соответственно. Антропософская точка зрения не предшествует вещам, а следует за ними. Стремись непредвзято узнавать и понимать вещи, и в таком случае может возникнуть антропософская точка зрения. Плохо бы обстояло дело с тем, о чём я говорил, если бы исходили из полной предрассудков точки зрения. Нет, речь идёт вовсе не об этом, а о том, чтобы строго эмпирически проследивать феномены. Кроме того, антропософская точка зрения должна

быть последней; хоть я отнюдь не хочу утверждать что-либо иное, кроме того, что она, несмотря на это, всегда может быть наилучшей.

[После высказываний по другим вопросам в заключение Рудольф Штайнер сказал:]

Я могу только всё снова подчёркивать. То, что здесь в Штутгарте стремится завоевать авторитет как антропософски ориентированная духовная наука, в самом деле существует не в духе какого-то сектантства или какого-то дилетантизма, и хоть сегодня она может добиваться цели пока ещё такими слабыми силами, но это во всех отношениях истинная научность. И чем больше в этом смысле будут проверять духовную науку, тем скорее узнают, что она абсолютно на высоте всякого научного метода контроля.

Духовная наука отнюдь не перегружена такими ошибками, какие ей сегодня приписывают, исходя из существующей научности; а её оппоненты ведут с ней борьбу поистине не в следствие того, что они слишком научны, но если вникнуть в суть дела, — в следствие того, что они слишком малонаучны.<sup>107</sup>

Но в будущем мы нуждаемся не в иссякании, а в усилении, в действительно подлинном прогрессе научности. И, в конце концов, возможен только такой прогресс, который абсолютно точно вводит не только в материальность, но и в духовное.

## Ответ на вопрос

Дорнах, 7 апреля 1921 г.

*Вопрос:* Было сказано, что три измерения пространства не одинаковы по своей структуре. В чём заключена разница?

Во всяком случае, предложение никогда так не формулировалось: три измерения пространства «не одинаковы по своей структуре»<sup>108</sup>, но то, на что, вероятно, здесь указано, — следующее. Прежде всего, мы имеем математическое пространство, пространство, которое — если мы вообще создаём себе точное представление — представляем себе так: представляем три взаимно ортогональные направления размерности, которые мы, стало быть, примерно определяем посредством трёх взаимно ортогональных осей координат.

Так как это пространство мы рассматриваем обычно математически, то существует абсолютно одинаковая трактовка трёх измерений. Мы не делаем очень большого различия между измерениями вверх-вниз, влево-вправо, вперёд-назад, чтобы эти три измерения мы могли представлять себе, возможно, даже как коммутативные. Наконец, только лишь в математическом пространстве совсем не важно, называем ли мы теперь, если имеем взаимно ортогональные ось  $x$  и ось  $z$  и опять-таки ортогонально к ним — ось  $y$ , плоскость, на которой находится ось  $y$  или саму эту ось «горизонтальной» или «вертикальной», или тому подобным. В этом пространстве нас точно так же не интересует его, так сказать, ограниченность. Не правда ли, мы его представляем безграничным. Тем не менее, до этого представления обычно не поднимаются, но представляют его, не заботясь о его границах, более того, умалчивая, создают гипотезу, что можно исходить из всякой точки (скажем, например, направления  $x$ ) и следующую часть присоединять к тому, что уже отмерено по направлению  $x$ , к

этому — снова одну часть и так далее. И никогда не будет повода когда-нибудь прийти к концу.

В отношении этого, существующего в смысле евклидовой геометрии, представления о пространстве многое было установлено уже со стороны метагеометрии<sup>109</sup> в ходе XIX столетия. Я хочу только напомнить о том, как, например, Риман<sup>110</sup> делал различие между «неограниченностью» пространства и «бесконечностью» пространства. И для чисто понятийного представления пока нас ничто не принуждает считать понятия «неограниченности» и «бесконечности» идентичными. Возьмите, например, поверхность сферы. Если вы будете чертить на поверхности сферы, то обнаружите, что вы нигде не придёте к какой-либо границе пространства, которая до определённой степени затруднила бы вам продолжение вашего чертежа. Вероятно, вы продолжите чертить дальше и снова придёте к своему последнему чертежу; и, оставаясь на поверхности сферы, вы никогда не будете вынуждены из-за границы прекратить черчение. Так что вы можете сказать: поверхность сферы безгранична относительно моей способности на ней чертить. — Но по этой причине никогда не будут утверждать, что поверхность сферы — бесконечна. Таким образом, чисто понятийно можно различать между безграничностью и бесконечностью.

При определённых математических предпосылках это может быть распространено теперь и на пространство. Может быть распространено на пространство так, что представишь себе: если на оси  $x$  или  $y$  я добавляю один отрезок, а потом снова один и так далее, и здесь никогда не возникает препятствие для дальнейшего добавления отрезков, то можно говорить о свойстве пространства, правда, о его безграничности, но не о бесконечности пространства. Несмотря на тот факт, что я всё снова могу добавлять новые отрезки, пространство отнюдь не может быть бесконечным, но может быть безгра-

ничным. Итак, эти два понятия необходимо различать. Так что, стало быть, можно допускать, что пространство (правда, в том случае, если оно безгранично, но не бесконечно), и таково существующее пространство, имеет внутреннюю кривизну, и что оно, стало быть, как-то вернулось бы в себя с другой стороны так же, как возвращается в себя поверхность сферы.

Определённые представления новой метагеометрии вполне считаются с такими допущениями. Собственно, никогда нельзя говорить, что такие допущения вызывают особенно много возражений, ибо, как сказано, из того, что мы испытываем в пространстве, нет никакой возможности как-то примерно вывести его бесконечность. Пространство может быть довольно сильно искривлено в себе — и в таком случае быть конечным.

Разумеется, я не могу излагать этот ход мыслей, ибо он является почти полностью ходом мыслей всей новой метагеометрии. Конечно же, вы найдёте достаточное количество исходных данных в трудах Римана, Гаусса<sup>110</sup> и так далее, которые ведь можно легко приобрести, чтобы детально войти в неё, если вы высоко цените такие математические представления.

Следовательно, с чисто математической стороны это является тем, что привело к возражениям, которые только что были выведены из «безграничности», по поводу, я бы сказал, жёсткого по всем направлениям нейтрального пространства евклидовой геометрии. Однако то, на что указано в предмете обсуждения, коренится ещё в чём-то другом. А именно в том, что пространство, с которым мы считаемся в первую очередь и которое представлено нам, например в аналитической геометрии, когда мы действуем именно с тремя взаимно ортогональными осями координат, что это пространство является прежде всего абстрактным, абстракцией. И откуда же — абстракция? Это вопрос, который сперва ещё нужно поставить.

Дело в том, нужно ли останавливаться на этой абстракции «пространство», или же нет. Следует ли останавливаться на этой абстракции пространства? Является ли оно единственным пространством, о котором можно говорить? Лучше сказать: если это понятие пространства является единственным, о котором правомерно говорить, то возражать, собственно, можно только против одного, а именно того, против чего в достаточной мере возражают как раз в геометрии<sup>111</sup> или в другой метагеометрии.

Дело ведь обстоит так, что, например, у Канта определение пространства сформировано всецело на абстрактном понятии пространства, в котором заботятся прежде всего о безграничности бесконечности, но потом это понятие пространства в ходе XIX столетия именно со стороны математики было поколеблено также внутренне, относительно содержания его представления.<sup>112</sup> Не могло быть и речи о том, чтобы всё ещё как-то пользовалось авторитетом кантово определение для пространства, которое хотя не бесконечно, но безгранично. Вообще здесь ещё многое пошатнулось в дальнейшем ходе «Критики чистого разума», например учение о паралогизмах, когда вынуждены были перейти как раз к понятию безграничного, искривлённого в себе пространства.<sup>113</sup>

Я, конечно, знаю, что для обычного представления это понятие искривлённого пространства создаёт трудности. Однако с чисто математически-геометрической точки зрения против допущенного здесь нельзя возразить ничего иного, кроме того, что продвигаешься в области чистой абстракции, совершенно удалённой пока от действительности области чистой абстракции. И кто старается быть более точным, найдёт, что в выводах современной метагеометрии, собственно говоря, заключён странный круг. Имеет место то, что прежде всего исходят из процесса представления в евклидовой геометрии, которая, стало быть, не беспокоится об ограниченности пространства.

Затем отсюда получают определённые производные представления, то есть, скажем, представления, которые относятся именно к чему-то подобному некой сферической поверхности. И в таком случае можно снова создавать из этого интерпретации пространства, предпринимая определённые исключения или толкования форм, которые здесь получаются. Собственно, обо всём говорят, исходя из предпосылки евклидовой аналитической геометрии. В результате при этой предпосылке получают определённую кривизну. Доходят до выводов. Абсолютно всё — с представлениями евклидовой геометрии. Но затем, так сказать, изменяют направление. Теперь эти представления, которые могут выявиться только с помощью евклидовой геометрии, то есть например меру кривизны, используют, чтобы прийти опять-таки к другому представлению, которое может привести к исключению и вместо полученного из изогнутых форм снова выявить интерпретацию.<sup>114</sup> По сути дела, продвигаются здесь в далёкой от действительности области, из абстракций вытаскивая абстракции. Это было бы оправдано только в том случае, если необходимо урегулировать эмпирические факты согласно представлениям этих фактов с тем, что получено благодаря чему-то такому.

Следовательно, речь идёт о том, где же для абстракции «пространство», по сути, находится то, что основано на опыте? Ибо пространство как таковое, как оно представлено у Евклида<sup>115</sup>, есть абстракция. В чём заключено то, что переживается, что воспринимается?

Прежде всего, мы должны здесь сказать, что исходить следует из человеческого опыта пространства. Человек, вставленный в мир, в действительности воспринимает посредством деятельности своего собственного опыта только одно пространственное измерение — и это измерение глубины. Этот процесс воспринимания, этот выработанный процесс воспринимания измерения глубины человеком основывается на про-

цессе сознания, который очень часто во внимание не принимается. Однако это выработанное воспринимание является всё-таки чем-то совсем другим, чем представление, соответствующее плоскости, представление протяжённости в двух измерениях. Когда своими двумя глазами, то есть своим полным зрением, мы смотрим в мир, мы никогда не знаем о том, что эти два измерения осуществляются посредством собственной деятельности, посредством действия совместно с душой. Здесь вы существуете, так сказать, как два измерения. Между тем, третье измерение осуществляется определённой деятельностью, хотя эта деятельность обычно совсем не осознаётся. По сути дела, только своим трудом мы должны вырабатывать знание, осознание того, как глубоко в пространстве, насколько удалено от нас какое-либо образование. Измерение поверхности мы не вырабатываем своим трудом, оно дано через зрительное восприятие. Однако посредством двух своих глаз мы фактически вырабатываем себе глубину измерения. Правда способ, каким мы переживаем глубину измерения, находится непосредственно на границах сознательного и бессознательного, но тот, кто учился обращать своё внимание на такие вещи, знает, что деятельность оценки измерения глубины, осуществляемой наполовину или на треть бессознательно — и никогда [полностью] осознанно, гораздо больше подобна деятельности рассудка, вообще активной душевной деятельности, чем оценки всего того, что созерцается только на плоскости.

Таким образом, наше предметное сознание уже действительно овладело одним измерением трёхмерного пространства. И мы не можем сказать иначе, как: когда мы созерцаем положение прямо стоящего человека, вместе с этим нам дано нечто в отношении измерения глубины — «вперёд-назад», что не заменишь другим измерением. Ибо просто потому, что человек находится в мире и, определённым образом осуществляя себя, переживает это измерение, имеет место то, что он здесь испы-

тывает, не путая одно направление с другим. Это измерение глубины для отдельного человека является чем-то, что не заменишь одним из других направлений. Это даже непременно так, что восприятие двумерности — то есть восприятие «вверх-вниз», «направо-налево», конечно, если это находится перед нами, — связано, однако, с другими частями головного мозга, когда оно заключено в процессе зрения, то есть в чувственном процессе зрительного восприятия; между тем как, согласно локализации в мозгу, само напрашивается, что осуществление третьего измерения происходит непременно в тех же центрах, которые должны быть связаны с рассудочной деятельностью. Итак, уже здесь мы видим, что при осуществлении этого третьего измерения, даже в отношении переживания, есть существенная разница по сравнению с двумя другими измерениями.

Но когда мы поднимаемся затем к имажинации, мы вообще выходим из того, что переживаем здесь в третьем измерении: в имажинации мы, собственно, переходим к двумерному представлению. И теперь мы должны ещё выработать — разумеется, тоже едва заметно, как и выработывание третьего измерения в предметном представлении — также другое представление, представление левого-правого; так что здесь в левом-правом вновь заключено определённое переживание. И, наконец, когда мы поднимаемся к инспирации, то же самое имеет силу для верха-низа.<sup>116</sup>

Для обычного представления, связанного с нашей нервно-чувственной системой, мы вырабатываем себе третье измерение. Но когда мы прямо обращаемся к ритмической системе, исключая обычную деятельность нервно-чувственной системы — то, что в определённом отношении имеет место при восхождении к имажинации, высказано не вполне точно, но для настоящего момента это не имеет значения, — тогда мы имеем переживание второго измерения. А переживание первого из-

мерения мы имеем, когда восходим к инспирации, то есть, когда мы продвигаемся к третьему члену человеческой организации.

Так, оказывается точным то, что мы имеем перед собой в абстрактном пространстве, потому что всё, чем мы овладеваем в математике, мы ведь извлекаем из самих себя. То, что в математике оказывается тройным пространством, это, собственно, нечто такое, что мы получаем из самих себя. Но когда мы погружаемся в себя посредством сверхчувственного представления, выявляется не абстрактное пространство с его тремя равно значащими измерениями, но оказываются три различные значимости для трёх разных измерений: впереди-сзади, справа-слева, вверху-внизу, — они друг с другом не коммутативны, не перестановочны.<sup>117</sup>

Отсюда следует ещё другое: если эти три измерения являются некоммутативными друг с другом, то их и не нужно представлять себе обладающими равной действенностью (Intensität). Сутью евклидова пространства является то, что мы представляем оси  $x$ ,  $y$  и  $z$ , обладающими одинаковой действенностью — это ведь предполагается для всякого геометрического вычисления.

Если мы имеем оси  $x$ ,  $y$ ,  $z$  и хотим оставаться с тем, что говорят нам наши уравнения в аналитической геометрии, но допускаем внутреннюю действенность трёх осей, то мы должны представлять эту действенность равнозначной. Если бы мы с определённой действенностью эластично несколько увеличили ось  $x$ , то с равной действенностью должны увеличиться оси  $y$  и  $z$ . То есть, если то, что я растягиваю, я теперь резко прекращаю растягивать, то сила растяжения, если я могу так сказать, для осей  $x$ ,  $y$  и  $z$ , следовательно для трёх измерений евклидова пространства, одинакова. Поэтому я хотел бы такое пространство — таким образом просто применяя понятие пространства — назвать жёстким пространством.

Однако, это уже не так, когда мы рассматриваем реальное пространство, абстракцией которого является это жёсткое пространство, когда мы рассматриваем реальное пространство, полученное таким образом, что оно выведено именно из человека. Тогда мы уже не можем говорить о том, что эти три силы растяжения равны. Но по существу действительность зависит от того, что обнаруживается в человеке: соотношения величин человека непременно являются результатом сил растяжения пространства. И если, например, направление сверху вниз мы называем осью  $y$ , то эта ось представляется нам с большей силой растяжения, чем, например, ось  $x$ , соответствующая направлению справа налево. Если мы ищем формальное выражение для этого реального пространства, то есть, если реально подразумеваемое здесь мы снова выразили бы формально (следовательно, снова абстрактно — только мы должны по-прежнему осознавать, что эта абстракция является именно абстракцией), то получили бы трёхосный эллипсоид.

Ну а теперь есть повод представлять это трёхосное пространство, в котором должно существовать сверхчувственное представление, по его трём абсолютно разным способностям растяжения следующим образом: это пространство с реальным переживанием осей  $x$ ,  $y$  и  $z$ , которое дано нам нашим физическим телом, мы познаём так же, как и то, что одновременно проявляет в таком случае пропорцию влияния находящегося в этом пространстве мирового тела.

Если мы представляем себе это, то должны определённым образом обдумать, что, кроме того, всё, представляемое нами здесь снаружи в этом трёхмерном мировом пространстве, следует мыслить в разных направлениях не просто с одинаковой силой растяжения осей  $x$ ,  $y$  и  $z$ , как это происходит в евклидовом пространстве, но необходимо представлять, что мировому пространству присуща некая конфигурация, которую тоже

можно представлять посредством трёхосного эллипсоида. И абсолютно в пользу этого говорит расположение определённых звёзд. Нашу систему Млечного пути обычно называют чечевицей и тому подобным. Её абсолютно невозможно представить в виде сферы; мы должны представлять её иначе, если всё-таки настаиваем на чисто физическом факте.

Именно при трактовке пространства вы видите, каким мало соответствующим природе является новое мышление. В древние эпохи, в древних культурах, никогда не предавались такому представлению, каким стало представление жёсткого пространства. Даже ещё не скажешь, что в евклидовой геометрии уже существует ясное представление об этом жёстком пространстве с тремя взаимно ортогональными линиями. Но как только, вычисляя, начали трактовать пространство Евклида — именно когда в новое время абстрагирование стало основной существенной чертой мышления, — возникло, собственно, это абстрактное представление пространства.<sup>118</sup> В древние эпохи имели познания, абсолютно аналогичные тем, которые я только что снова развил для вас, исходя из сверхчувственного познания природы. Отсюда вы можете увидеть, что вещи, на которые сегодня так сильно возлагают надежды и которые рассматривают как нечто естественное, имеют, собственно говоря, такое значение только по той причине, что они происходят в удалённой от действительности сфере. Пространство, принимаемое сегодня в расчёт, есть абстракция; оно действует в совершенно далёкой от действительности сфере. Оно абстрагировано от опыта, о котором мы можем знать, разумеется, через реальное переживание. Но сегодня часто удовлетворяются абстракциями. В наше время, когда так много кичатся эмпиризмом, чаще всего ссылаются на абстракции. И этого не замечают. Полагают, что обращаются с вещами в действительности. Но вы видите, как сильно в этом отношении наши представления нуждаются в пересмотре.

Каждый раз, представляя, духовный исследователь, не только спрашивает, логично ли представление. Риманово пространство тоже вполне логично, хотя в определённом отношении оно лишь принадлежность евклидова пространства; но по этой причине оно, собственно, всё-таки не осуществимо в представлении, поскольку к нему подходят с полностью абстрактным мышлением, до некоторой степени теряя равновесие со всем своим мышлением на основании вывода, к которому пришли.<sup>119</sup> Каждый раз, представляя, духовный исследователь не только спрашивает о том, логично ли представление, но он его и осуществляет в соответствии с действительностью. Это определяет его решение — принимать представление или нет. Он только тогда принимает представление, когда это представление соответствует действительности.

И это соответствие действительности даётся как критерий, если вообще когда-нибудь будешь соответствующим образом входить в такое представление, которое является основанием для чего-то такого, как, например, теория относительности. Сама по себе она, поскольку, я бы сказал, постигается в пределах области логической абстракции, логична настолько, насколько это может быть логичным. Ничто не может быть логичнее, чем теория относительности! Однако, другой вопрос — осуществимы ли её представления. И вот стоит вам только посмотреть представления, которые там приводятся как аналогичные, как вы обнаружите: это, собственно говоря, суть представления абсолютно далёкие от действительности, с ними тебя только разбрасывает. До сих пор говорили: это присутствует только для наглядности. Но всё-таки присутствует это не только для символизации. Иначе вся процедура висела бы в воздухе.<sup>120</sup>

Итак, я хотел вам рассказать о том, к чему относится этот вопрос. Вы видите, что невозможно так легко отвечать на вопросы, которые ведут в такие области.

## Ответ на вопрос

Дорнах, 26 августа 1921 г.

*Вопрос:* Следует ли понимать так, что Солнце продвигается по спирали вперёд сквозь пространство, и что Земля по спирали следует за ним, следовательно, вращается вокруг Солнца не по кругу?

То, на что здесь намекалось, можно сравнительно легко изложить более точно в пределах более длинного цикла докладов; но почти невозможно довести до понимания то, что лежит здесь в основе, когда необходимо в нескольких словах осветить поставленный вопрос. В настоящий момент ответ на этот вопрос, конечно, может быть дан так, чтобы в нескольких словах просто обобщить результаты духовно-научного исследования, а в таком случае можно сказать примерно следующее.<sup>121</sup>

Прежде всего выявляется, что если человек с какой-либо точки зрения делает выводы об отношениях в космосе, исходя из наблюдаемых результатов, то результаты таких выводов ведь всегда односторонни. Односторонними были выводы птолемеевой системы и [выводы] других [мировых систем], односторонними были и выводы мировой системы Коперника. Ибо условия движения, о которых судят с одной [определённой] точки зрения, в действительности всегда дополняются или изменяются через такие движения, о которых вообще нельзя судить с этой одной точки зрения.

После того как я это предположил ради предосторожности, прошу вас принять полезный, прежде всего для дальнейших наглядных представлений, вывод духовной науки о связи движения Земли с движением Солнца. Происходит это так: следует представить, что Солнце движется по кривой через пространство. Эта кривая, прослеживаемая достаточно далеко, оказывается сложной спиральной формой. Рисуя соотноше-

ния просто, проще, чем они представляются в настоящий момент, я получу следующую форму солнечной орбиты (рис. 65а).

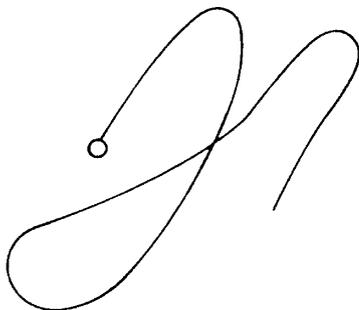


Рис. 65а

Земля, однако, движется по той же орбите, хотя и следует позади Солнца. Если теперь вы рассмотрите различные возможные положения Земли относительно Солнца, то увидите, что в изображённом здесь случае наблюдатель должен бы смотреть направо, чтобы видеть Солнце.

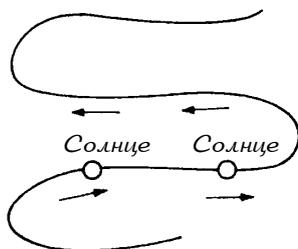


Рис. 65b

Я нарисую другое возможное положение (рис. 65b). Стрелки дают направление взгляда. Солнце видно то здесь, то там. Если вы внутренне смоделируете это себе по разному, то легко поймёте, что благодаря этому следование Земли [позади] Солнца воспринимается определённым образом один

раз с одной стороны, другой раз — с другой стороны как орбита Земли вокруг Солнца по одному кругу или по одному эллипсу.

Итак, когда имеешь дело с неким следованием Земли за Солнцем, это следование [ещё больше] дифференцируется благодаря определённым условиям, рассмотрением которых занимались бы бесконечно. В действительности вращается, собственно, только направление взгляда.

Как было сказано, обобщённое мной здесь для вас, есть результат продолжительных духовно-научных исследований и он, конечно же, усложняется, когда учи́тываешь другие отношения. Ибо по поводу этого необходимо уяснить, что когда вообще всё больше и больше прослеживаешь солнечные отношения, тогда то, что обычно легко и удобно можно начертить какими-то линиями, как это делают для школьников с помощью системы Коперника, постепенно расплывается — постепенно [всё] расплывается во всё более и более сложном. Линии переходят в нечто такое, что вообще уже больше не начертишь, но что в таком случае вообще выпадает из пространства.<sup>122</sup> Это с точки зрения духовной науки.

С точки зрения [естественно] научного развития я хочу заметить, что то, что сегодня так поражает человека [в выше развитом результате исследования], собственно говоря уже вполне заключено в коперниканизме. Только дело обстоит так. Сам Коперник установил три положения: одно положение приводит к признанию движения Земли вокруг своей оси; второе положение приводит к признанию движения Земли вокруг Солнца, и третье приводит к тому, что это движение Земли вокруг Солнца представляется только как идеальное, временно условное, и на самом деле это движение не признаётся, но просто отношение Земли к Солнцу принимается как установившееся.<sup>123</sup>

Таким образом, это третье положение Коперника показывает, что на самом деле Коперник был убеждён в том, что второе движение, вращение Земли вокруг Солнца, принято лишь ради удобства для некоторых расчётов, и значит, он вовсе не собирался считать его некоей реальностью. Итак, это третье положение сегодня повсеместно опускают и не интересуются им, и вследствие этого всё мироздание по Копернику представляют построенным только в соответствии с двумя первыми положениями. Если бы действительно изучали коперниканизм, то сразу, исходя из вычислений в астрономии, пришли бы к этому допущению, которое привело бы к признанию этого [третьего закона].<sup>124</sup> Вы видите, каким, по сути дела, часто бывает научное развитие.

## Ответ на вопрос

Гаага, 12 апреля 1922 г.

*Вопрос о многомерном пространстве.*

Не правда ли, имея обычную систему координат, я характеризую трёхмерное пространство. Теперь же, исходя из определённых алгебраических предпосылок (мы обсудим это только схематически), пойдём дальше, продолжая абстрактно тот же процесс, который из плоскости привёл в трёхмерное пространство, и тогда придём в четвёртое измерение, в пятое и так далее — в  $n$ -мерное пространство. И тогда, скажем, можно даже конструировать тела — Хинтон это сделал, — сконструировать тессаракт, но это ведь является не реальным телом, а проекцией реального тессаракта в трёхмерное пространство.<sup>125</sup>

Теперь же дело обстоит так: ведь чисто абстрактно-теоретически, разумеется, ничего нельзя возразить против таких дедукций. Скажем, теоретически можно даже перейти от трёхмерного пространства к четвёртому измерению во времени, если при этом внутри расчётных формул действовать так, чтобы учитывать скачок, который ведь всё-таки происходит. Ибо это ведь всё же нечто иное, когда переходишь из первого измерения во второе и в третье пространственное измерение, чем когда переходишь во время. Но когда это совершенствуешь, (...) тогда можно перейти во время. Так получаешь абстрактное четырёхмерное пространство. Когда остаёшься в абстрактном, это, если остановился на чисто интеллектуальном, может продолжаться так долго, пока не возникнет необходимость проследивать вещи наглядно. Но тогда имеешь дело с проблемой, которая при наглядном проследивании превращается в проблему упругости, между тем как чисто аб-

страктивный ход мыслей ведёт до бесконечности к некому регрессу. О маятнике мы тоже сначала можем думать, что он должен непрерывно раскачиваться. Но в динамическом процессе мы получим некое колебательное состояние. Так происходит в действительности. Когда поднимаешься к имажинативному созерцанию, процесс просто уже нельзя осуществлять до бесконечности: предполагать четвёртое и так продолжающиеся измерения. Тогда, если я первое измерение обозначаю  $+a$ , второе измерение  $+b$ , третье измерение  $+c$ , то четвёртое измерение, если я беру реальное пространство, я вынужден обозначить не  $+d$ , но по природе вещей я должен обозначить его  $-c$ . Так что четвёртое измерение постепенно просто взаимно уничтожает третье измерение, и остаются только два остальных. Таким образом, в конце процесса вместо четырёх я получаю два измерения. И, допуская пятое измерение, я также вынужден полагать  $-b$ , а при шестом измерении полагать  $-a$ . То есть я возвращаюсь к точке.<sup>126</sup> Упругость отразила в исходную точку. И это является не чем-то обратным, например принадлежащим только к имажинации, следовательно, субъективным экспериментом, но это затем реализуется в таком роде, как я изобразил позавчера.<sup>127</sup>

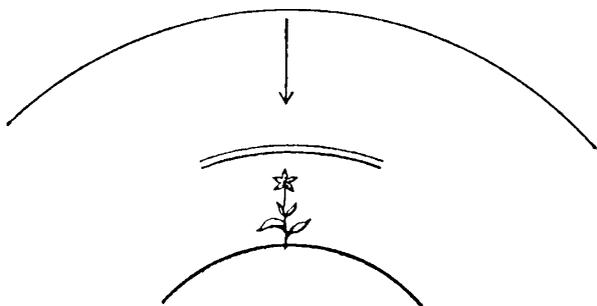


Рис. 66а

Действительно, когда, скажем, здесь находится Земля и смотришь на корень растения, имеешь дело с особенным об-

разованием силы тяжести. Здесь находишься в обычной размерности пространства. Однако этого недостаточно для объяснения формы цветка. В этом случае необходимо, вместо того чтобы брать за начало координат точку, взять бесконечное пространство, которое ведь есть лишь другая форма точки. И тогда, вместо того чтобы выйти в центробежном направлении, приходишь к тому, что входишь в центростремительном направлении (рис. 66а). Доходишь до этой волнообразной поверхности (Wellenfläche). Вместо того, чтобы распылять, вдавливаешь снаружи, и тогда получаешь те движения, которые являются скользящими или скребущими движениями, или движениями сжатия, при которых было бы ошибочным принимать оси координат исходящими из центра координат, но в качестве центра координат надо принимать бесконечную сферу и в таком случае координаты идут исключительно к центру.<sup>128</sup> Таким образом, как только приходишь в эфирное, действительно получаешь противоположную систему координатных осей. Не принимая это во внимание, совершают ошибку в обычной теории эфиров. В этом заключается трудность определения эфира. То его считают жидким, то газом. Ошибка состоит в том, что исходят из системы координат, которую видят из центра. Но лишь только приходишь в эфир, необходимо принимать сферу, и общую систему вместо «изнутри-наружу» создавать обратной.

Вещи, когда их прослеживаешь математически и переводишь в физическое, становятся интересными, и кое-что могло бы способствовать решению именно граничных проблем, если бы создали когда-нибудь теорию, которая здесь стала бы очень реальной. Только пока для этого существует очень мало понимания. Как-то, например, я читал доклад в математическом обществе университета, где пытался познакомить людей с этими вещами.<sup>129</sup>

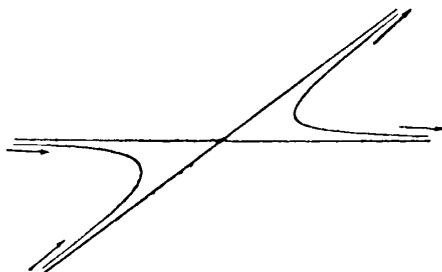


Рис. 66b

Я показал, что если здесь имеешь асимптоты гиперболы, а здесь ветви гиперболы, то представленное здесь справа, хотя оно и расходится, тут слева следует представлять сходящимся, так что происходит полный переворот (рис. 66b). Эти вещи вводят постепенно в конкретное рассмотрение пространства. Однако, в настоящее время для этого находишь мало понимания. Даже у чистых аналитиков гораздо больше обнаруживаешь определённую склонность к синтетической геометрии. И эта новая синтетическая геометрия уже есть путь для выхода из чисто формальной математики к проблеме, где должны постигать эмпирическое. Пока вычисляешь с помощью чистой аналитической геометрии, не придёшь в область действительности. Тут сформировали лишь конечную точку координат, геометрическое место координат и так далее. Если во время конструирования остаёшься при линейном и при окружностях (bei Kreisen), то находишься внутри линии, но вынужден обратиться за помощью к определённой наглядности. Это то, что с такой пользой делает синтетическая геометрия, чтобы выйти из формального и показать, как можно мыслить математическое в природе.<sup>130</sup>

*Вопрос о теории относительности.*

Дискуссия о теории относительности<sup>131</sup> не может закончиться; пока как зритель мирового события строго стоишь на точке

зрения трёхмерного пространства, до тех пор речь не может идти о том, что можно опровергать теорию относительности. Следовательно, по отношению к наглядному пространству не существует опровержения теории относительности. Ибо для созерцания, само собой разумеется, абсолютно безразлично, сплющивается ли шар или же всё пространство растягивается по направлению внутрь, по которому сплющивается шар. Итак, пока вопрос касается созерцания трёхмерного пространства, теория относительности Эйнштейна абсолютно верна. И исторически теория относительности Эйнштейна появилась в тот момент развития человечества, развития науки, когда пришли именно к тому, чтобы мыслить чисто пространственно, то есть исходить из евклидова пространства и из него же продолжать мыслить даже в смысле неевклидова пространства или в смысле теории относительности. Таким образом, для теории Эйнштейна нет опровержения, которое появилось бы в границах трёхмерного пространства.



Рис. 67а

Возможность дискутировать по этому поводу появляется только тогда, когда обнаруживаешь переход в эфирную область, когда вы переходите от физического тела, тела трёхмерного пространства, к эфирному телу. Тогда вы сформировали эфирное тело не в центробежном направлении, а в центростремительном направлении. И в этом случае вы живёте в эфирном теле внутри общего пространства, полного пространства. Затем, если вы, например, однажды восприняли в себя

расстояние между точками  $A$  и  $B$ , если имеете это как своё переживание, то расстояние от  $A$  до  $B$  вы один раз воспринимаете как это, а другой раз — как это (рис. 67а). Если вы имели это в себе, то можете сказать: в тот момент, когда я это имел в себе, один и другой раз, тогда, безусловно, должна была двигаться либо одна, либо другая точка, но я должен находиться в совокупности пространства. Только тогда возникает возможность дискуссии. Поэтому я убеждён в том, что все дискуссии, проходящие в настоящее время в соответствии с господствующими понятиями о теории относительности, в конце концов, всегда заканчиваются так, что можно сказать: „Ну да, откуда вы это знаете?“. Зато в тот момент, когда переходят и к таким вещам, когда уже выявляется абсолютность, а именно при внутреннем созерцании, здесь вещи начинают становиться такими, что следует сказать: „Именно на таких вещах, как теория относительности, проявляется, что мы подошли к тому, что Ницше назвал позицией зрителя“. В теории относительности позиция зрителя представлена вплоть до исключительной крайности. И кто принимает эту позицию, для того теория относительности обыкновенно имеет вес. Против этого ничего не скажешь. Зато её можно расстроить. В Штутгарте один фанатичный теоретик относительности объяснил людям, что безразлично, делаю ли я одно движение туда или одно движение сюда. Когда я имею спичечную коробку и спичку, я провожу один раз спичкой по коробке, а другой раз я двигаю коробку по спичке. Само собой разумеется, здесь теория относительности абсолютно верна. Только я охотно призвал бы этого господина: Пожалуйста, прикрепите коробку к стене и теперь сделайте это дело!

В законности теории относительности это ничего не меняет. Это лишь показывает: как можно идти в измерение глубины из двумерного пространства, так же можно повсюду в мире входить в духовное, а тогда прекращается законность теории

относительности — только тогда. И поэтому я сказал: дискуссии о теории относительности всегда имеют в себе тенденцию продолжаться до бесконечности, поскольку ничего нельзя возразить с точки зрения чистого наблюдения. Всегда в отношении возражения можно привести другие возражения.

Оставаясь исключительно в мире зрителя, вы, собственно, как наблюдатель всегда находитесь вне наблюдаемого и должны делать радикальное разделение между субъектом и объектом. В тот момент, когда вы поднимаетесь к высшему познанию, эта субъективность и объективность вообще прекращается. Можно сказать ещё кое-что другое. Однако всё сказать в таком ответе на вопрос невозможно. Но, по крайней мере, ради побуждения я хотел бы высказать ещё следующее: пока остаёшься в мире зрителя, в пространственном мире, теорию относительности как таковую оспаривать нельзя. Если из мира зрителя попадаешь наружу, то попадаешь только в миры, где мы уже не только зрители, но где есть сопереживание, например страдание. И в тот момент, когда вы находите переход от чистого отношения (что в пределах отношений можно давать лишь теорию относительности — это понятно), когда вы доходите до реальностей, то есть продвигаетесь к внутреннему переживанию, тогда, например в момент страдания, прекращается возможность спекулировать по поводу того, относительно ли это или нет. Итак, поэтому вы не можете строить возражения и говорить в таком случае: если здесь есть противоречие, здесь нет реальности. В жизни именно противоречия являются реальными, потому что сущности жизни принадлежат разным сферам, которые сливаются. В тот момент, когда вы переходите к реальности, вы уже не можете сказать: когда я устанавливаю противоречие, я должен его устранить. Если оно реально, я не могу его устранить. Итак, фактически дело в том, что теория относительности, само собой разумеется, должна была обнаружиться в мире от-

ношений. И если бы речь шла только о том, чтобы установить чисто позицию зрителя, то нельзя было бы ничего говорить против теории относительности. Но в тот момент, когда приходишь в реальности, в страдание и радость, уже недопустимо её придерживаться.

*Вопрос:* Что подразумевает господин доктор Штайнер, когда он говорит, что физическое тело является пространственным телом, а тело образующих сил — временным телом? Физическое тело, однако, тоже живёт во времени, когда оно вырастает и разрушается.

Однако, если я мог так сказать, то это лишь неточная мысль. Для приведения этого к точному мышлению вы должны вначале проанализировать понятие времени. Продумайте-ка, как нам предстоит обычно подразумеваемая действительность: ведь пространство и время переплетены друг с другом. Понять такие вещи можно только тогда, когда различаешь пространство и время. В процессе обычного предметного познания вы ведь вообще не получали время. Более того, вы измеряете время исключительно с помощью пространственных величин, и изменения в пространственных величинах являются опознавательным средством для того, что в таком случае считается временем. Представьте себе, однако, другое измерение времени. Обычно вы всегда измеряете время, судя по пространству. Это не так, когда вы переходите к реальному переживанию времени. В большинстве случаев люди это делают бессознательно. По сути дела, мышление поднимается в сознание через имажинативное сознание. Но на самом деле вы имеете временное переживание, когда, например, рассматриваете свою душевную жизнь, скажем, 12 апреля 1922 года в 4 часа 4 минуты и столько-то секунд.

Если в данный момент вы рассматриваете эту свою душевную жизнь, то это имеет временное сечение. Вы не можете говорить о том, что здесь в этом временном сечении есть ка-

кое-либо сечение пространства. Но всё ваше земное прошлое находится внутри этого временного сечения, и вы должны, если рисуете схематически, приняв поток вашего переживания от  $a$  в направлении  $b$ , начертить поперечное сечение  $AB$  (рис. 67b).

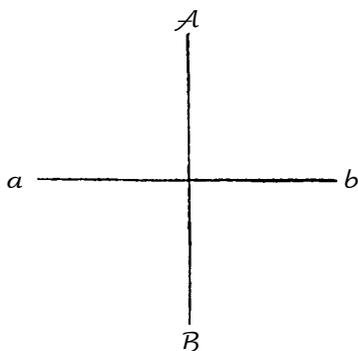


Рис. 67b

Вы не можете ничего иного, как уложить в это сечение всё своё переживание в совокупности, и в этом всё-таки есть некая перспектива. Вы можете сказать, что дальше лежащие во времени переживания отличаются меньшей интенсивностью, чем лежащие по времени ближе. Но всё это действует внутри одного сечения. Так что, действительно анализируя время, вы в результате получаете другие отношения. Вообще привести время лишь к некоему представлению мы можем, не тогда, когда исследование, полученное нами в физике, рассматриваем пространственно-познавательными средствами, а только когда рассчитываем на саму нашу душевную жизнь. Но, даже если вы имеете абстрактные мысли, своей душевной жизнью вы погружены во временное тело. И это важно, что теперь можно на самом деле иметь возможность воспринимать это тело времени как некий организм. Видите ли, если вы ощутите в желудке какое-либо нездоровье, скажем через то или иное расстройство пищеварения, то при известных условиях вы

сможете увидеть, что в связи с этим вовлечены в страдание также совсем другие области вашего пространственного организма. Пространственный организм таков, что отдельные области зависимы друг от друга в пространственном отношении.

У временного организма это происходит так, что, несмотря на то, что мы имеем что-то более позднее и что-то более раннее, и то и другое органически связаны. Я это выражал неоднократно таким образом. Допустим, перед нами — очень старый человек. Мы обнаруживаем, что, когда такой старый человек обращается к юным людям, например к детям, его уговаривания отскакивают от детей, и что его слова для детей вообще не существуют. И мы находим другого человека. Когда он обращается к детям, происходит нечто совсем иное. Его слова сами втекают в детские души. Если же вы изучаете (не изучают эти вещи лишь постольку, поскольку целого человека внимательно рассматривают очень редко, так сказать, не так долго стоя спокойно со вниманием, чтобы, например, наблюдать), на чём основывается благословляющая сила старого мужчины или старой женщины, то порой необходимо вернуться в их раннее детство. В настоящее время в наблюдении так далеко не идет. Это должна делать антропософия. Здесь вы возвращаетесь назад и обнаруживаете: кто в старости может благословлять, кто имеет в себе в старости эту особенную духовную силу, чтобы его слова как благословение втекали в юных людей, тот в юности научился молиться. Образно я это выразил так: „Благоговейно сложенные руки в юности становятся благословляющими руками в старости”.<sup>132</sup>

Здесь вы имеете связь между тем, что в более позднем возрасте действует как влияние на другого человека, и тем, что существовало в жизни в раннем детстве, скажем, в набожных ощущениях и тому подобном. Здесь существует органическая связь между более ранним и более поздним. И только если знаешь целого человека, видишь, что он имеет бесконечно

много таких связей. Сегодня же мы находимся со всей нашей жизнью вне этой реальности. Мы возомнили о себе, что всецело полны действительности, но существуем мы в культуре нашей жизни отвлечённо. Мы не обращаем внимания на истинную реальность. Так, например, мы не принимаем во внимание такие вещи. Мы не обращаем внимания также на то, что, обучая чему-либо ребёнка, необходимо по возможности избегать, особенно в пределах восьмилетней школы, давать ему строго очерченные понятия. На самом деле они существуют для более позднего возраста, когда члены будто скованы и больше уже не растут. То, что мы сообщаем детям, должно быть одним организмом, должно быть подвижным. Здесь мы постепенно приближаемся к тому, что я подразумеваю под организмом. Конечно, полным это может быть только в пределах имажинации. Но несмотря на это приходишь к представлению организма, как только уясняешь себе, что именно протекающее в человеке во времени относится не к пространственному организму, а к временному организму.

Теперь вы видите, что во времени заключена реальность. Вы можете опять-таки заключить это, исходя из математики. Однажды здесь была устроена довольно приятная дискуссия. Я полагаю, что Оствальд<sup>133</sup> — то есть, не приверженец духовной науки, а человек, который просто не является как раз материалистом — был тем, кто обратил внимание на то, что органические процессы, протекающие во времени, нельзя обработать с помощью механического процесса. Теперь дело, однако, обстоит так, что с обычным вычислением вообще не подойти к временным процессам. По сути дела, с обычным вычислением вы всегда остаётесь вне временного процесса. Вы не проследиваете процессы как таковые. Когда, например, вы включаете отрицательные величины в формулу для затмения Луны, вы получаете давно истекшие вещи, но не продвигаетесь с этими вещами дальше. Вы передвигаетесь только в

сфере пространства. И таким образом правильное понятие о том, чем, собственно, является физическое тело человека, тоже получаешь лишь тогда, когда можешь отделить пространственное от временного. Для человека это имеет фундаментальное значение, так как ни к какому пониманию вообще не придёшь, если не знаешь, что в нём всё временное проходит как особая сущность, и временное в качестве чего-то динамического овладевает пространственным, тогда как у машины временное есть только некая функция того, что действует пространственно. В этом разница. У человека временное реально, тогда как у механизма временное есть лишь функция пространства. Дело, в конце концов, сводится к этому.

*Вопрос:* Эйнштейн говорит, что пространственно-временной континуум является четырёхмерным. Если я хорошо понял господина доктора Штайнера, он говорит, что четырёхмерное превращается в двумерное, когда четвёртое измерение есть отрицательное третье. Следует ли это понимать так, что имажинативный мир связан с континуумом Эйнштейна? Если я подразумеваю такого рода внешнюю науку, то я должен сказать, что такое пространство есть плоскость, и в таком случае имажинативный мир в трёхмерном пространстве был бы вполне определённой плоскостью, которая, правда, не обязательно должна быть прямой и покоящейся в пространстве, но всё-таки должна быть соответственно направлена в каждый определённый момент. Это, возможно, представлено не по-антропософски, но я хотел бы узнать, что говорит об этом антропософия.

Собственно говоря, за исключением нескольких замечаний, то, что написал спрашивающий, представлено вполне по-антропософски. Я хотел бы сказать об этом следующее: абсолютно правильно, что, переходя фактически, следовательно не абстрактно, из трёх измерений в четвёртое, это четвёртое нужно полагать со знаком минус, то есть, переход в четвёртое просто отрицает третье, сокращает его, как долг сокращает состояние. Иначе это не представишь. Если же быстро уходить именно в абстрактное, то можно идти до бесконечности к

регрессу, который, по сути, допускает всё следующие и следующие измерения. Но это абстрактное продолжение работы, а не созерцание вещей. Входя в имагинативный мир, непременно имеешь дело с миром плоскости, если вообще хочешь воспользоваться выражением, заимствованным из геометрии. Имеешь дело с миром временной плоскости. Он обладает такой особенностью, что прекращает возможность относить теперь его снова назад к третьему пространственному измерению. Это трудно представить, но вы уже имеете аналогию этого в синтетической геометрии. Ведь синтетическая геометрия вынуждена границы трёхмерного, то есть когда я провожу границы трёхмерного, мыслить как поверхность, конечно же, не как шаровую поверхность, но как плоскость. Итак, синтетическая геометрия допускает, что трёхмерное пространство ограничено плоскостью. Таким образом, здесь вы приходите, по крайней мере для границы трёхмерного, сначала даже не к плоскости, представляя границы которой, вы должны в свою очередь мыслить их не в виде окружности, но как прямую, а именно приходите к прямой, имеющей не две, а только одну конечную точку.<sup>134</sup> Вы с неизбежностью приходите к тому, что не можете с помощью мышления полностью удовлетворить это наглядное представление, несмотря на то что это является последовательным — говорить о плоскости в качестве границы трёхмерного пространства, говорить о прямой, не об окружности, в качестве границы плоскости и говорить об одной бесконечно удалённой точке, ограничивающей прямую. Для синтетической геометрии — это реальные представления. Они переходят в то, что становится созерцанием в имагинативном мире. Однако, если говоришь, что имагинативный мир находится на плоскости, то имеешь дело не с тем, что эту плоскость можно посредством координат снова отнести к трёхмерному пространству, но она извлечена из трёх измерений и точно так же где-то существует, а именно всюду. Это

трудно представить, и именно по той причине, что привыкли представлять себя в трёхмерном. Поэтому для него уже не применимы и определения трёхмерного. С другой стороны в искусстве мы имеем только аналогию для имажинативного мира, а именно тогда, когда из красок создаём живопись. Делая это, мы ведь работаем на поверхности, на плоскости, и если мы даже работаем на кривой поверхности, то искривление поверхности имеет, по сути дела, своё начало не в живописи, а в других отношениях. В действительности мы работаем на плоскости и здесь имеем теперь возможность в рисунке выполнить перспективу (перспектива ведь вошла в живопись, как вы, вероятно, знаете, лишь значительно позже, только несколько столетий тому назад<sup>135</sup>; тем не менее, то новое обстоятельство, что мы рисуем в перспективе, есть коррелят для пространства), но внутреннюю перспективу мы получаем цветом.<sup>136</sup> Росписи в Дорнахе сделаны по такому основному принципу. Исходя из ощущения, не из мысли, при появлении жёлтого из цвета явствует, что он выходит навстречу, выходит своим воздействием полностью и начинает становиться в отношении кого-то агрессивным. Напротив, когда рисуешь синий цвет, он удаляется. Это происходит на той же поверхности. Итак, имея в распоряжении только двумерную протяжённость, вы всё-таки получаете возможность выразить то же самое, что обычно реализуется в трёхмерности. Это я хотел бы дать только для наглядности, ибо имажинативный мир есть всё же нечто иное, нежели живописный мир.

Несмотря на то, что вопрос представлен вполне по-антропософски, нельзя, однако, сказать без оговорок, что имажинативный мир имеет отношение к континууму Эйнштейна. Континуум Эйнштейна покоится именно на абстракции, а не на наглядном созерцании. И в смысле четвёртого измерения это происходит как раз по аналогии с тремя другими измерениями, что нельзя допускать именно тогда, когда предпо-

лагаешь перейти от предметного познания, происходящего в трёхмерном пространстве, к истинному сверхчувственному познанию, которое прежде всего протекает в имажинации, и которое, если его следует выразить через пространство, может быть выражено только так, чтобы исчезло третье измерение именно через его собственное отрицание. В реальности это в таком случае выглядит так, что — сейчас я скажу нечто такое, что некоторым покажется очень смелым, но таков опыт, — если вы в предметном мире передвигаетесь со здоровым человеческим рассудком, то вы ориентируетесь только тогда, когда вы сориентированы в трёх измерениях. Вы имеете первое измерение, которое располагается в вашем собственном вертикальном положении, второе измерение — в измерении левого-правого, третье измерение вы получаете при визировании. В этом третьем измерении вы вовсе не существуете, если находитесь в имажинативном мире, в имажинации. Тут вы сами существуете в двух измерениях. Если это следует локализовать, то я должен вертикально сквозь человека провести некое сечение. Здесь, при имажинации, можно говорить только об измерениях вверх и вниз, вправо и влево. Только вы несёте их с собой, когда идёте. Так что я не могу сказать, что в пространстве я могу измерение относить к координатной системе. Я не могу его определять по евклидовой геометрии. Однако оно становится реальным при созерцании. Говоря об имажинативном мире, не имеет смысла говорить о трёх измерениях, но необходимо уяснить себе, что имеешь дело с переживанием двумерности, и вы не можете её переживать в предметном мире. Два измерения становятся реальными в имажинативном мире, одно — в инспиративном. Все инспирации передвигаются в вертикальном направлении, если их вообще хочешь локализовать. Интуиция — точечная, но опять-таки не относится к системе координатных осей. Я не могу здесь вернуться в евклидово пространство.

## Ответ на вопрос

Дорнах, 29 декабря 1922 г.

Из доклада вы могли извлечь, что можно различать между пространством, которое осязаешь и пространством, которое видишь. Именно это различие, которое можно сделать между пространствами осязаемым и видимым, даёт побуждение к тому, что не следует останавливаться на рассмотрении математического на одной стороне и физического на другой стороне. Ибо это, как вы могли извлечь из моих докладов,<sup>137</sup> так уж существует, что математика вообще является продуктом человеческой области или человека, и что чем больше вы вдаётесь в те области, которые являются чисто математическими и математически очерчены, тем меньше вы приходите к тому, чтобы поймать действительность; отсюда вы также видите эту трудность, всё вновь всплывающую, когда в настоящее время хотят поймать действительность с помощью математики.

Вы, например, видите в проективной геометрии переход бесконечной сферы в плоскость, и вряд ли с обычными представлениями действительности, получаемыми человеком из эмпирического отношения к миру, вы встретитесь с этой вершиной проективной геометрии.<sup>138</sup> То, что выявляется как задача и над чем должны бы работать те, кто имеет подготовку — а это немногие, — это следующее. Мы должны пробовать, исходя из математических представлений, ловить действительность<sup>139</sup>, а именно в абсолютно конкретных областях, и по поводу этого я хочу дать вам указания — постановку проблемы. Решения можно достичь, если только математик засядет за учение — простите мне это выражение. Постановка проблемы следующая.

Попробуйте-ка то, что было для вас развёрнуто здесь теоретически как осязаемое пространство, разработать таким образом, чтобы всё переживание осязания поставить в ряд с земным переживанием человека — и с этим ведь имеешь дело, — чтобы всё переживание осязания, то есть даже размерность, которая в него включена, поставить в ряд в условия силы тяжести. Человек находится внутри пределов гравитации; и из разных периферических направлений, которые вы можете воспринимать в осязаемом пространстве, вы получаете затем возможность образовать дифференциальные уравнения с центростремительным ориентированием, которые для осязаемого пространства должны разрабатываться так, как в аналитической геометрии [и аналитической механике] разрабатываются уравнения для принудительных движений.<sup>140</sup> Тогда у вас появляется возможность интегрировать эти уравнения и вы получаете таким образом определённый интеграл для переживаемого в осязаемом пространстве, между тем как с дифференциалами вы всегда выходите из действительности, ибо с дифференциалами вы всегда удаляетесь от неё.

Интегрируя этот дифференциал, вы в результате получаете схемы, о которых я говорил там на строительстве.<sup>141</sup> Если для этого интеграла вы вновь хотите схватить действительность, вы должны это сделать именно так, как я указал [в упомянутом докладе]. В пределах области реального осязания вы должны передвигаться с интегральными уравнениями. Причём, в итоге у вас получится, что с определённым дифференцированием для осязания вытекает вертикальное измерение, так что, если в этом уравнении вы обозначаете переменную  $x$ , то должны этому  $x$  присвоить знак, например  $+$ . Тогда вы получаете возможность составить интегралы для переживаний осязаемого пространства. Я назову их схематически:

$$\int f(x)dy .$$

Мы получили бы интегралы для переживаний осязаемого пространства.

Теперь мы идём к просматриваемому пространству и применяем подобный принцип. Мы снова образуем себе дифференциальные уравнения и снова будем эти уравнения разрабатывать так, как в аналитической геометрии [и в аналитической механике] разрабатывают дифференциальные уравнения по принципу принудительных движений. И увидим, что, интегрируя, получаешь очень похожий интеграл, но такой, в котором я должен переменную  $x$  мыслить отрицательной, если принять во внимание, что прежде она была положительной, и если я интегрирование трактую таким образом, то затем я на самом деле получаю результат — это следовало бы осуществлять со всеми тонкостями, — я получаю результат, благодаря чему получаю другие интегралы:

$$\int f(x)dy.$$

Однако если я вычту один из другого, то получу примерно нуль. Они [почти] взаимно уничтожаются. Итак, если я интегрирую для просматриваемого, видимого пространства, то получаю такие интегралы, которые уничтожают интегралы для осязаемого пространства. И интегралы для осязаемого пространства будут мне очень напоминать, только они будут более подробными, обо всех формулах, которые я употребляю для отношений, относящихся к аналитической геометрии или вообще к механическому, вот только в механическое должна быть включена гравитация.

Я получаю интегралы для видимого пространства, которые представляются мне очень полезными, если только то, что при созерцании существует пространственно, я действительно когда-нибудь как следует рассмотрю математически. Ибо ведь всегда происходит так, что, исходя из тривиального, составляют построения по поводу наблюдения и, глядя в видимое

пространство, не считают, что принудительно должны принимать в расчёт вертикальное движение; что наблюдение всегда принуждается к неизбежности быть противопоставленным гравитации.<sup>142</sup>

Рассматривая это, я, с одной стороны, получаю возможность относить интегралы к механике и, с другой стороны, возможность относить интегралы к оптике. Таким образом, мы получаем механику и оптику и так далее в пригодных для охватывания действительности интегралах.

Вот только не совсем верно, что разность интегралов даёт нуль, но в действительности она даёт нечто, являющееся дифференциалом. Итак, я должен написать не нуль, а

$$dx = \int_{+} - \int_{-}$$

и если я создам себе возможность через неоднократный поиск таких интегралов и через образование разности получать теперь дифференциальные уравнения соответственно этому  $dx$ , то увижу, что, беря здесь  $dx$  как положительное, а здесь как отрицательное, я должен обозначать  $dx$  в математическом смысле как мнимое.<sup>143</sup>

Но если я теперь проинтегрирую получаемое дифференциальное уравнение, то я переживу неожиданный результат. Вы это переживёте, если правильно выполните задачу. А именно вы получите акустические уравнения и благодаря этому — акустику. С математикой вы поймали внутренне реальное. Вы научились, как, собственно, по вертикали вниз нужно описывать механику, а по вертикали вверх наблюдение — свет есть та же отрицательная гравитация, — равно как в действительности вы должны слышать по горизонтали; и благодаря этому, осуществив эти наблюдения, вы будете не только созерцать (посредством уравнений Лагранжа<sup>144</sup>) отклонения: математики с одной стороны, физики с другой стороны, но и уви-

дите, что здесь можно проделать такую же продуктивную работу в математически-физической области, какую я прежде показал в филогенетической области<sup>145</sup>.

В этом направлении, и не только через одно описательное наблюдение, но и прорабатывание, лежит, собственно, то, что должно быть улажено между современным естествознанием и антропософией. Необходимо показать, что с вычислением проникаешь в абсолютно конкретную реальность.

## ПРИМЕЧАНИЯ

*К данному изданию*

Математические размышления о многомерных пространствах обнаруживаются уже около середины XIX столетия. В сознание более широкой общественности это попало только через связь спиритических экспериментов с вопросом о существовании четырёхмерного пространства. Легко читаемые, отчасти составленные в романтической форме введения в геометрию четырёхмерных образований способствовали широкому распространению связанных с этим проблем.

Первая часть предлагаемого издания содержит ряд докладов Рудольфа Штайнера о много дискутируемой тогда в культурном мире проблеме реального существования четвёртого измерения. Уже с восьмидесятых-девяностых годов XIX столетия эта тема особенно занимала членов теософского общества в связи с сообщениями о спиритических экспериментах, которые проводились частью известных учёных (Цёльнер и другие) с помощью более или менее серьёзных медиумов. Однако Штайнер не останавливается детально на этих спиритических компонентах, но развивает тему четвёртого и более высоких измерений с весьма принципиальной точки зрения. Рассуждения в геометрии четырёхмерных тел занимают большое место. Это служит в первую очередь в качестве предварительной подготовки для овладения духовными знаниями. Соответствуют ли действительности такие математические формирования понятий, можно разрешить только с помощью методов духовной науки. Штайнер показывает, как с этой точки зрения можно представлять четвёртое, пятое и шестое измерения и их проекции в физический мир.

Точные обстоятельства возникновения собранных в этом томе докладов не известны. Всё же можно исходить из того, что из теософских кругов к Рудольфу Штайнеру обратились с просьбой высказаться по проблеме четвёртого измерения. Итак, в ответ на это прочитанные для членов теософского общества доклады, были ориентированы не на слушателей – профессионалов в области науки или математики, но, тем не менее, на заинтересованную аудиторию.

В несколько более обширной второй части собраны ответы на вопросы, которые все касаются связи с духовной реальностью математических понятийных образов и образов представления. Здесь, кроме проблемы измерения пространства, важными темами являются проективная геометрия (особенно переход окружности в проективную прямую линию), скорость света, текущая геометрия между прообразом и отражением, положительные и отрицательные

числа, мнимые и сверхмнимые числа, третий закон Коперника, а также в особенности теория относительности Эйнштейна.

За время ответов на вопросы, охватывающее двадцать лет, ситуация относительно проблемы существования четырёхмерного пространства стала иной, вследствие того, что за этот период определённые геометрические формирования понятий получили некую «серьёзную» физическую интерпретацию через геометрическое понимание теории относительности Эйнштейна и теории гравитации (четырёхмерный континуум пространство-время). Кроме того, Рудольф Штайнер мог теперь, по меньшей мере, развивать эту проблему перед отчасти учёной публикой. Однако из его изложений следует, что духовно-научные точки зрения на рассмотрение проблемы измерения по существу остались такими же.

Доклады и ответы на вопросы происходят как из общеантропософских, так и профессионально-специфических интересов, так как Штайнер просто обращал внимание на глубоко лежащие связи. Тем не менее, в особенности они содержат разнообразные побуждения к исследованию для научно настроенных людей.

По вопросу многомерного пространства и родственных тем смотрите также статьи и собранные и прокомментированные издателем данного тома материалы из архива Управления наследием Рудольфа Штайнера, публикуемые в сводном издании *в Полном собрании трудов Рудольфа Штайнера*, №. 114/115, «Рудольф Штайнер и многомерное пространство», Дорнах 1995.

#### *Основа текста*

В собранных здесь записях из докладов Рудольфа Штайнера и его ответов на вопросы речь не идёт о дословных записях. Переданные конспекты различных слушателей являются либо только обобщением содержания докладов, либо более или менее фрагментарными записями. Имеются только подлинные стенограммы немногих записей Франца Зайлера, а также докладов, записанных Хеленой Финкх (Helene Finckh).

Была сделана попытка выработать гладко читаемый текст из очень разных по своим источникам записей. При этом нельзя было уклониться от вмешательства в грамматику и порядок слов. Так как и без этого нельзя исходить из того, что в этих конспектах предлагается подлинный дословный текст Рудольфа Штайнера, эта обработка подробно не отмечена, тем более, что смысловой контекст не изменён. Обработка редактора в текущем тексте и в примечаниях отмечена следующими знаками:

- [ ] дополнение редактора
- [...] опускание редактора
- (...) пробел в конспекте

- (...рисунок) указание на *несохранённый* рисунок  
 (рис. 1) указание на рисунок в тексте  
 29 номер примечания редактора к докладам и ответам на вопросы
- [1884] указание даты в квадратных скобках после имени автора в *примечаниях* отсылает к приведённой в *библиографии* литературе.

*Рисунки в тексте:* Наброски рисунков, которые Рудольф Штейнер во время докладов рисовал на доске, сохранились только в том виде, как они были воспроизведены записывающими слушателями. Конструктивное осуществление рисунков для предлагаемого тома выполнено Ренатусом Циглером.

*Название докладов* заимствовано из записей.

*Название данного тома* принадлежит ответственному редактору (немецкого, прим. перевод.) издания.

### *Перечень прежних публикаций*

#### *Первоисточники*

- GA *Рудольф Штайнер Полное собрание трудов*, Дорнах: Rudolf Steiner Verlag. Опубликованные там тома соответственно снабжены библиографическими номерами.
- MS *Математические послания* математико-астрономической секции при Гётеануме (изданные Элизабет Вреде), № 1 (1930) – № 14 (1932).
- RT *Рудольф Штайнер, Тексты к теории относительности* (изданы Wim Viersen), Дорнах: математико-астрономическая секция при Гётеануме 1982 (Математико-астрономические листки – новая серия, том 10).
- LK Петер Гшвинд, *Линейный комплекс – сверхмнимое число*. Дорнах: математико-астрономическая секция при Гётеануме 1977 (Математико-астрономические листки – новая серия, том 4). Второе издание: Дорнах, Философско-антропософское издательство при Гётеануме 1991.

#### Доклады

Берлин	17 мая	1905	MS, № 3 с. 1 – 9
	17 мая	1905	MS, № 3, с. 7 - 8
Берлин	24 мая	1905	MS, № 3, с. 9 – 17
Берлин	31 мая	1905	MS, № 4, с. 1 – 8
Берлин	7 июня	1905	MS, № 4, с. 8 - 20

### Ответы на вопросы

Штутгарт	2 сентября	1906	GA 95 (1990, с. 150
Дюссельдорф	21 апреля	1909	GA 110 (1991, с. 150
Дюссельдорф	22 апреля	1909	GA 110 (1991, с. 186 и след.
Базель	1 октября	1911	GA 130 (1987, с. 103)
Берлин	27 ноября	1913	RT, с. 69
Штутгарт		1919	GA 320 (1987, с. 192 и след.
Штутгарт	7 марта	1920	MS, № 5, с. 1 - 10 RT, с. 30 - 39
Штутгарт	7 марта	1920	RT, с. 66 - 68
Штутгарт	11 марта	1920	MS, № 5, с. 10 - 18 LK, 1977: с. 14 - 17, 111 - 117 LK, 1991: с. 3 - 5, 84 - 87
Штутгарт	11 марта	1920	MS, № 5, с. 18 - 25
Штутгарт	15 января	1921	MS, № 6, с. 20 - 21 RT, с. 64 - 66 <i>Gegenwart</i> , 14 издание, 1952/53, тетрадь 8. с. 314 - 315
Дорнах	7 апреля	1921	GA 76 (1977, с. 141 - 152)
Гаага	12 апреля	1922	GA 82 (1957, с. 152 - 163), отчасти в GA 82 (1994, с. 228 - 236)
Дорнах	29 декабря	1922	MS, № 6, с. 1 - 5

## ПРИМЕЧАНИЯ К ДОКЛАДАМ

Берлин, 24 марта 1905

- 1 Янош Больяй (Бойаи) [János (Johann) Bolyai] (1802-1860), венгерский математик. Занимался проблемой постулата о параллельных линиях. Принадлежит вместе с К. Ф. Гауссом и Н. И. Лобачевским (1792-1856) к первооткрывателям гиперболической неевклидовой геометрии. Его относящаяся к этому работа, его единственная публикация, появилась в виде приложения («Аппендикс») к первому учебнику математики, написанному его отцом Ф. Больяй (1775-1856). См. об обоих Больяй Stäckel [1913].

*Карл Фридрих Гаусс* [Carl Friedrich Gauß] (1777-1855), математик и физик в Гёттингене. Он уже с ранних пор занимался проблемой параллельных линий и сам собой пришёл к заключению, что необходимо дать неевклидову геометрию. Но в продолжение всей жизни об этом ничего не публиковал. См. об этом Reihardt [1976].

*Бернхард Риман* [Bernhard Riemann] (1826-1866), математик в Гёттингене. Открыл первую эллиптическую неевклидову геометрию. Его диссертационный доклад «О гипотезах, лежащих в основе геометрии» [1854], который среди прочего содержит основания для расширения дифференциальной геометрии на обобщённые определения меры и на теорию  $n$ -мерных пространств (многообразий), решительным образом дал толчок для начинавшегося тогда исследования высших измерений пространства. Риман первым различал *безграничность* и *бесконечность* пространства. Безграничность есть проявление степени расширения, то есть общего геометрического строения (топологии) пространства, а бесконечность – следствие соотношения мер (метрики). Это различие ведёт к ясному разделению между дифференциальной геометрией и топологией. См. об этом Scholz [1980].

- 2 Это отметил уже *Иммануил Кант* [Immanuel Kant], *Пролегомены* [1783], § 13: «Что же может быть более похожим на мою руку или моё ухо, и во всех подробностях (in allen Stücken) быть подобным им, чем их отражение в зеркале? И всё же я не могу такую руку, как видимая в зеркале, поместить на место её прообраза; ибо если это была правая рука, то та в зеркале является левой, и отражение правого уха является левым, которое никогда не займёт место первого. Так, здесь нет никакой внутренней разницы, какую только мог бы помыслить рассудок; и всё-таки, насколько учат чувства, внутренне разница существует, ибо левая рука с правой, не взирая на всё их обоюдное равенство и подобие, всё же не включены в одни и те же границы (они не могут совпадать): перчатка на одну руку не может быть надеята на другую». (См. также Кант, *Живые силы* [1746], §§ 9-11, и *Области в пространстве* [1768]). Кант взял эти факты в качестве доказательства того, что человек может понимать только чувственные созерцания, то есть *внешний вид* вещей, а не вещи, какими они являются сами в себе. – Анализ кантова созерцания пространства относительно проблемы измерения см. Zöllner, *Wirkungen in die Ferne* [1878a], S. 220-227.

- 3 Зеркально отображённые относительно оси фигуры на плоскости можно непрерывно переводить друг в друга через пространственное вращение вокруг оси отражения. Если  $F$  является одной фигурой на плоскости и  $F'$  – фигурой, отражённой по оси  $a$ , то  $F$  через пространственное вращение вокруг  $a$  переходит в  $F'$ . На рис. 68 находится несколько стадий этого вращения в нормальной проекции на плоскость. Когда интерпретируешь *плоскую фигуру*, тогда при этой трансформации речь идёт об ортогональной аффинности с осью  $a$ . (В смысле проективной геометрии это есть некое перспективное отображение с осью  $a$  и центром  $A$  на несобственной прямой плоскости.)

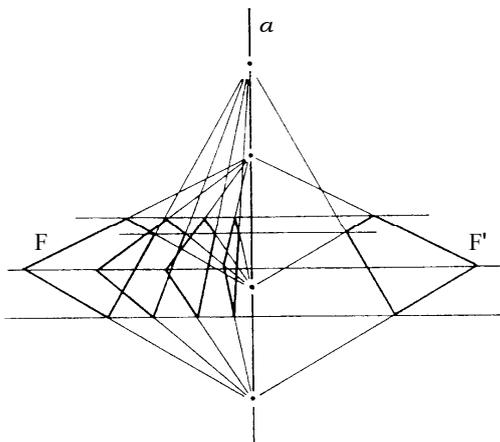


Рис. 68

В проекции на плоскости фигура, вращающаяся через пространство, в течение всего времени проходит через ось  $a$ ; при этом она на этой переходной стадии внешне теряет одно измерение, так как в этот момент фигура становится параллельной к направлению проекции. Следует обратить внимание, что грани от  $F$  и  $F'$  только тогда можно перевести друг в друга с помощью операции вращения *внутри* плоскости (то есть вращениями вокруг точек на плоскости), когда они расщеляются на отрезки, вращающиеся вокруг соответствующих точек на оси  $a$ .

Совершенно аналогично два трёхмерных геометрических тела,  $F$  и  $F'$ , являющихся зеркально симметричными относительно плоскости  $a$ , непрерывно переводятся друг в друга через (трёхмерное) пространственное ортогональное аффинное отображение с аффинностью на плоскости  $a$  (рис. 69). Эти трансформации могут быть интерпретированы как ортогональная проекция четырёхмерного евклидова вращения вокруг плоскости  $a$  в трёхмерном пространстве. В этой проекции трёхмерный объект  $F$  проходит через двумерную плоскость  $a$  и в это время на этой стадии перехода утрачивает для внешнего вида одно измерение.

Если поверхность  $F$  расщеляешь на соответствующие части поверхности, то эти части через соответствующие оси на  $a$  можно вращать так, что из этого возникнет поверхность фигуры  $F'$ .

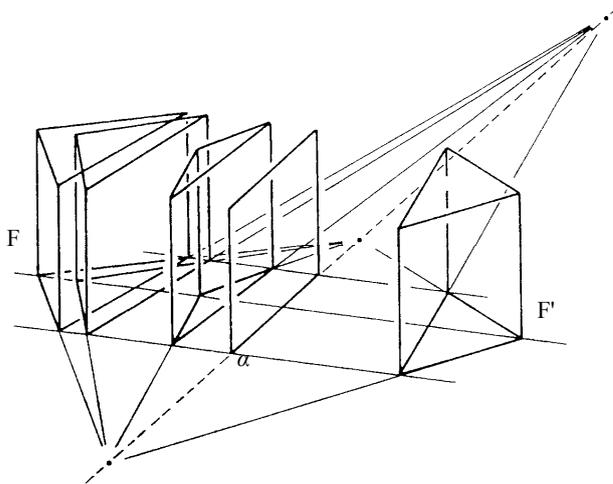


Рис. 69

*Август Фердинанд Мёбиус* [August Ferdinand Möbius] (1790-1868), кажется, был первым математиком, который на основании этих аналогий между плоскими и пространственными отражениями представил возможность четырёхмерного пространства, в котором могут приводиться к совмещению трёхмерные зеркально симметричные тела через непрерывную трансформацию (см. Мёбиус, *Varycentrischer Calkul* [1827], § 140, примечание). Но он эту идею отбросил как «немыслимую» и дальше не последовал.

- 4 Наличие двух глаз даёт возможность *воспринимать* глубину; см. также опубликованные здесь ответы на вопросы Рудольфа Штайнера от 11 марта 1920 (вопрос А. Strakosch). О значении собственной деятельности для восприятия измерения глубины см. ответ на вопросы от 7 апреля 1921 (GA 76); см. тоже прим. 17.
- 5 (*Иоган Карл Фридрих Цёлльнер* [Johann Karl Friedrich Zöllner] (1834-1882), астрофизик в Лейпциге. Считается одним из основоположников астрофизики; основополагающие экспериментальные и теоретические статьи по фотометрии и спектроскопии. Его теория строения комет стала направляющей для всех последующих исследований. Его книги *О природе комет*; *Вопросы истории и теории познания* [1886] содержат, как впрочем почти все его труды, обширные рассуждения философского и исторического характера, а также критические и полемические рассуждения современного научного побуждения.

В связи со своими исследованиями о *Принципах электродинамической теории материи* [1876], *О воздействиях на дали* [1878а] и *О природе комет* [1886] Цёлльнер занимается новыми исследованиями по неевклидовой и многомерной геометрии. Уже в начале семидесятых годов он предполагал, что для понимания определённых физических явлений необходимо призвать на помощь искривлённое пространство или четвёртое измере-

ние. Около 1875 года Цёлльнер, кроме того, начинает дискутировать со спиритизмом, побуждаемый исследованиями химика и физика *Вильяма Крука* (1832-1919). Цёлльнер развивает воззрение, что существование спиритических феноменов можно объяснить через допущение четырёхмерного пространства, что первые даже доказывают действительность (а не только допустимость) последнего (Zöllner [1878a], S. 273ff). Несколько позже Цёлльнер начинает собственные исследования спиритических феноменов (см. также [1878b], S. 725ff., [1878c], S. 330ff., и особенно [1878d]).

Для обзора спиритических экспериментов Цёлльнера см. Luttenberger [1977]; по современному анализу Цёлльнера см. Simony *Спиритические манифестации* [1884] и *Спиритизм* [1898]; по истории спиритизма с точки зрения Штайнера см. доклады от 1 февраля и 30 мая 1904 (GA 52), а также доклады с 10 по 25 октября 1915 в GA 254. Цёлльнер представлял себе кантову «вещь в себе» как реальный четырёхмерный объект, который проецируется в пространство нашего созерцания как трёхмерное тело. Некое подтверждение для этого воззрения он находил в существовании трёхмерных зеркально симметричных тел, которые хотя математически и конгруэнтны, но не могут непрерывно переводиться друг в друга (см. также прим. 3): «На самом деле, пространство, в котором видимый нами мир должен быть объяснён *непротиворечиво, вынуждено* обладать по меньшей мере *четырьмя* измерениями, так как *без* этого свойства фактическое существование симметричных тел никогда не отнести к *закону* [...]». (Zöllner [1878a], S. 248). Цёлльнер мог привлечь Канта как предтечу своих воззрений (см. также прим. 2).

- 6 На каждую точку двумерной плоскости можно опустить перпендикуляр. Если точка  $P$ , исходя из плоскости, движется по этому перпендикуляру, то она удаляется от всех точек плоскости, ничего не изменяя на своей вертикальной проекции  $M$  на плоскость. Если эта точка  $M$  является центром круга, то перемещающаяся вне поверхности точка  $P$  всегда имеет до всех точек периферии круга одно и то же, непрерывно увеличивающееся расстояние. Если так или иначе точку  $P$  перемещать по перпендикуляру, пока её расстояние от центра круга  $M$  не станет больше, чем радиус круга, и затем повернуть перпендикуляр до совмещения с плоскостью круга, то таким образом точка  $P$  непрерывно будет перемещаться из круга наружу, не пересекая окружность.

Всецело соответствуя этому, точка  $P$ , находящаяся внутри шара, непрерывно перемещается наружу из внутренности шара, не пронзая поверхность шара, как только она прибегает к помощи четырёхмерного пространства. Ибо из всякой точки трёхмерного пространства можно перемещаться вертикально по прямой наружу в четырёхмерное пространство, при этом не встречая какую-либо точку первого пространства. Если же таким образом передвигаешь центр шара  $M$  в трёхмерном пространстве, исходя из этого пространства, то эта точка симметрично удаляется от всех точек поверхности шара, то есть, она имеет от всех точек этой поверхности непрерывно то же самое расстояние. Как только удаление от исходной точки  $M$  становится больше радиуса шара, точка находится вне шара; это может

быть обнаружено, когда соответствующая прямая поворачивается в трёхмерное пространство.

- 7 *Артур Шопенгауэр* [Artur Schopenhauer] (1788-1869): «Мир есть моё представление – это истина, которая действительна в отношении каждого живущего и познающего существа [...]», *Мир как воля и представление* I, § 1 [1894], S. 29.
- 8 Этот пример приводится также в книге Р. Штайнера *Философия свободы* (GA 4): глава VI, «Человеческая индивидуальность», с. 104. См. тоже доклад от 14 января 1921 (GA 323, S. 252).
- 9 Рудольф Штайнер более детально останавливается на этих трудностях в книге *Философия свободы* (GA 4), глава IV, «Мир как восприятие», а также в *Предисловии к естественнонаучным сочинениям Гёте* (GA 1), глава IX, «Теория познания Гёте», и глава XVI.2, «Прафеномены».
- 10 Это сравнение Р. Штайнер приводит также в докладе от 8 ноября 1908 (GA 108). Там наряду с этим подробнее исследуются отношения ощущения, восприятия, представления и понятия.
- 11 Это, строго говоря, относится только к переходу окружности в прямую линию в рамках евклидовой геометрии. В проективной геометрии окружность в крайнем случае совпадает с устойчивой касательной и одновременно с бесконечно удалёнными прямыми линиями (см. к этому Locher [1937], глава 4, особенно S. 69f). Только на евклидовой плоскости, дополненной до проективной плоскости через учёт бесконечно удалённых прямых, возможен переход через бесконечность (см. тоже к этому Ziegler [1992], глава III).
- 12 Этот факт опирается непосредственно на геометрическое содержание: прохождение бесконечности возможно только тогда, когда покинешь область евклидовой геометрии (см. к этому прим. 11). Другими словами, *чувственно представленная* точка одной стороны не переходит в чувственно представленную точку другой стороны. То, что связывает через бесконечность обе эти чувственно представляемые области прямой, есть их закономерность, которую можно понять только мыслительно, то, что их разъединяет – это их представленное точечное осуществление.
- 13 Использованный Р. Штайнером образ печати, сургуча и его отпечатка, применяется в связи с научно-познавательными соображениями, касающимися отношения объективного внешнего мира к индивидуальному сознанию познающего. У этого образа решающим является то, что перенос формы не связан с переносом вещества. См. к этому, например, статьи *Философия и антропософия* (GA 35) и *Психологические основы и теоретико-познавательная позиция антропософии* (GA 35), S. 138.
- 14 *Оскар Симоны* [Oskar Simony] (1852-1915), математик и естествоиспытатель в Вене. Сын исследователя Альп и географа *Фридриха Симоны* (1812-1896). С 1880 по 1913 профессор в венской высшей школе агрикультуры. Его математические работы прежде всего относятся к области теории чисел и эмпирически-экспериментальной топологии узлов и плоских двумер-

ных частей трёхмерного пространства (см. к этому Müller [1931] и [1951]). Модели, о которых говорит Штайнер, отчасти представлены в трудах Симони.

Раннее занятие Симони топологией разгорелось при толковании спиритических экспериментов Ф. Цёлльнера (см. прим. 5). Благодаря этому у него возникло побуждение заниматься проблемами пространства, как это проявилось через открытие неевклидовой, а также многомерной геометрии. Его исследования восходят к психологическим и теоретико-познавательным соображениям (см. Simony [1883], [1884] и [1886]). Он уяснил себе, что нельзя смешивать друг с другом эмпирическое и идеально математическое пространство. Для него как для математика не существовало проблемы возможности четырёхмерного пространства. С положением Цёлльнера, что все объекты трёхмерного пространства являются проективными феноменами (чувственно не воспринимаемыми) четырёхмерных объектов, он не мог согласиться. Но он очень хотел целиком отрицать действительность спиритических феноменов. Он, как и Цёлльнер, многократно отстаивал их научно точное исследование. Он привёл соображения, по которым сообщённые Цёлльнером спиритические феномены обосновываются традиционными средствами физики и физиологии, или по крайней мере, по которым их можно бесспорно привести в соответствие с последними (Simony, *Спиритические манифестации* [1884]). Ему было важно показать, что для объяснения этих феноменов трёхмерное эмпирическое пространство не должно быть покинуто. Он указывает на то, что гипотеза Цёлльнера о существовании четырёхмерного пространства находится в противоречии с обычным пространственным опытом. Ибо если эта гипотеза верна, то тела обычного трёхмерного физического пространства являются теневыми образами, с которыми мы можем осуществлять любые изменения, без какого-либо непосредственного вмешательства в прообраз (Simony [1881b], § 6, и [1884], S/ 20f.). Как, например, теневую проекцию трёхмерного тела можно рассматривать на плоскости, но невозможно изменение тени без непосредственного вмешательства в бросающий тень предмет.

Симони хотел с помощью своих топологических экспериментов изучить природу трёхмерного *эмпирического* пространства, в противоположность некому искривлённому или какому-нибудь ещё математически-идеальному пространству: «[...] исследованные здесь явления, так как они принадлежат *нашему чувственному пространству*, [могут] располагаться только в *эмпирической геометрии* [...], не входя сами по себе в какое-либо отношение с теорией так называемых высоких многообразий. Притом, избранный мною путь развития явно создаёт основания, из которых при исследовании различных сечений первого и второго рода я, *чтобы остаться независимым от всякой мыслимой гипотезы о природе нашего чувственного пространства*, не пользовался вспомогательными средствами ни аналитической геометрии, ни исчисления бесконечно малых». ([1883], S. 963f.)

Математически Симони особенно интересовало осуществление связывания перекрученных, замкнутых в форме кольца или даже креста, но не завязанных узлом частей плоскости; он показывал, что такие плоскости могут быть разрезаны так, что они, с одной стороны, не теряют своей замкнутости, а с другой стороны, при надлежащих условиях возникают

единым завязанным узлом (Simony [1880], [1881a], [1881b]). Самый известный и самый простой пример этого рода Рудольф Штайнер упоминает в докладе: лента, перекрученная на  $720^\circ$  и замкнутая в форме кольца.

- 15 В четырёхмерном пространстве нет никакого завязывания узлом, то есть, каждый узел в замкнутом шнуре или в замкнутой ленте (плоской полосе) может быть разрешён через одну лишь деформацию без разрезания шнура или ленты.

*Феликс Клейн* [Felix Klein] (1848-1925) был, кажется, первым математиком, заметившим этот факт в начале семидесятых годов XIX столетия. По свидетельству Цёлльнера [1878a], S. 276, Клейн беседовал с ним во время научной конференции по поводу этой проблемы, то есть прежде, чем Клейн опубликовал свой труд [1876], в котором он, между прочим, заговаривает на эту тему; Клейн тоже сообщает об этой встрече и существует мнение, что он благодаря Цёлльнеру и был побуждён к своему тезису о существовании четырёхмерного пространства и его значении для объяснения спиритических явлений (Klein [1926], S. 169f.). В то время как Клейн [1876], S. 478, обращает внимание только на общий факт, Гоппе (Норре) [1879] конкретно на аналитически постигнутом примере проводит разрешение простого трёхмерного узла в четырёхмерном пространстве (см. тоже Durège [1880] и Норре [1880]).

Цёлльнер, *Воздействия на дали* [1878a], S. 272-274, с помощью аналогии приводит доказательства, чтобы продемонстрировать возможность разрешения узлов в четырёхмерном пространстве. Прежде всего он рассматривает развязывание одного двумерного узла на замкнутой кривой (рис. 70): без разрезания нельзя ликвидировать пересечение внутри плоскости. Но посредством поворота части кривой вокруг прямой, расположенной на плоскости, через трёхмерное пространство можно устроить развязывание всякого пересечения без разрезания кривой на части.

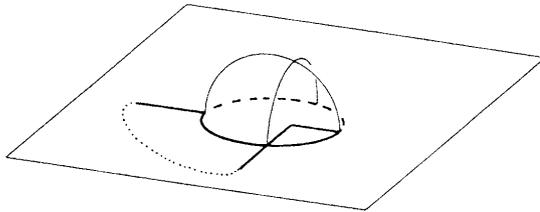


Рис. 70

„Если по аналогии перенести это рассмотрение на узел в пространстве *трёх* измерений, то хорошо видно, что не только завязывание, но и развязывание такого узла можно осуществить только через операции, у которых элементы нити необходимо описать кривой *двойной* кривизны”. Без разрезания этот узел не распутывается в трёхмерном пространстве. „Но если бы среди нас были существа, способные посредством своей воли осуществлять четырёхмерные движения материального тела, то они были бы в состоянии гораздо быстрее завязывать и развязывать такого рода узлы, и притом посредством операции, которая совершенно аналогична описанной

выше для двумерного узла. [...] Я сам получил импульс к вышеупомянутым рассмотрением об образовании петель гибкой нити в различных пространствах благодаря устным беседам с господином доктором Феликсом Клейном, профессором математики в Мюнхене.

Ясно, что при вышеобозначенных операциях части нити временно должны исчезнуть из трёхмерного пространства для существ такой же размерности". (Zöllner [1878a], S. 273-276)

Развязывание узла в трёхмерном пространстве на самом деле всегда может быть осуществлено в трёхмерном пространстве в том случае, если допускается самопересечение или привлекается четырёхмерное пространство. Ибо с помощью последнего можно добиться *результата* самопересечения и без самопересечения (см. Seifert/Threlfall [1934], S. 3, 315). Для этого стоит только соответствующе оформленную часть кривой на плоскости  $\alpha$  повернуть вокруг плоскости  $\beta$  сквозь четырёхмерное пространство (рис. 71).

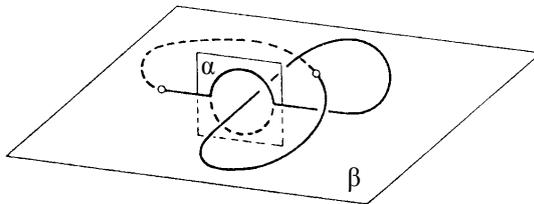


Рис. 71

- 16 Перекручивание цилиндрической ленты (рис. 72) на  $360^\circ$  даёт плоскость (рис. 73), которая в четырёхмерном пространстве эквивалентна первой. Другими словами, перекручивания на целочисленное кратное  $360^\circ$  разрешаются в четырёхмерном пространстве (см. далее ниже). Симони предположительно был известен этот факт, хотя он его явно не упоминает в своих топологических сочинениях, когда речь у него идёт как раз об особенностях эмпирического трёхмерного пространства.



Рис. 72

Равноценность неперекрученной цилиндрической ленты с лентой перекрученной на  $360^\circ$  в четырёхмерном пространстве проистекает из того факта, что обе эти ленты охарактеризованы посредством тех двух непереключающихся контурных кривых. Они связаны друг с другом в последнем случае, не в первом. Это связывание теперь распадается в четырёхмерном пространстве без самопересечения. Благодаря этому из перекрученной ленты возникает неперекрученная (см. переход от рис. 73 к рис. 74).

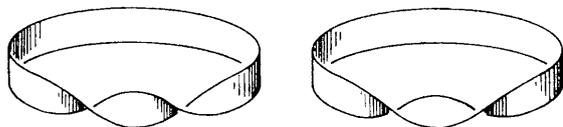


Рис. 73 и 74

Следует обратить внимание, что это же размышление не может быть проведено для перекрученной на  $180^\circ$  цилиндрической ленты, так называемой *ленты Мёбиуса* (рис. 75). Эта поверхность имеет только *одну* граничную кривую и никак (и через четырёхмерное пространство тоже) не может быть преобразована непрерывно и без разрезания в неперекрученную ленту. (Это связано с неориентируемостью этой поверхности; см. тоже Seifert/Threlfall [1934], § 2. Лента Мёбиуса впервые была описана Мёбиус [1865], § 11).



Рис. 75

- 17 Геометрически (статическое) наблюдение на плоскости или в пространстве может восприниматься как центральная проекция объектов плоскости или пространства на линии или соответственно на плоскости. В таком случае некоему существу с таким зрением в трёхмерном пространстве все предметы показываются на плоскости в своих проекциях. О третьем измерении это существо получит непосредственное впечатление только тогда, когда оно может видеть *динамично*, то есть когда его зрительный аппарат содержит *два* направления проекции вместе с соответствующей возможностью аккомодации. Хотя в другом случае оно и могло бы *прийти к заключению* о третьем измерении (как это делает одноглазый на основе своих различных опытов и возможностей сопоставления), но не *пережить*. Действительность трёхмерного динамического зрения у человека является указанием на его «четырёхмерную природу», которую он, разумеется, не воспринимает непосредственно (чувственно), но пока может только прийти к заключению.

*Чарльз Говард Хинтон* [Charls Howard Hinton] (1853-1907) на основе геометрических и физических рассуждений тоже приходит к воззрению, что человек должен быть существом четырёхмерным или принадлежащим более высокому измерению. «Можно считать, что [факт] симметрии в каком-либо измерении проявляет деятельность более высокого измерения. Если мы рассмотрим живое существо, то как в его строении [двухсторонней симметрии], так и в его различного рода деятельности есть указание на нечто, входящее в неорганический мир извне». (Hinton, *Четвёртое измерение* [1904], S. 78; перевод на немецкий язык R. Ziegler).

- 18 Чарльз Говард Хинтон [Charls Howard Hinton] (1853-1907), математик и писатель. Большое влияние на Хинтона имел его отец Джеймс Хинтон [James Hinton] (1822-1875). Он был хирургом и написал среди прочего несколько статей об искусстве мышления (art of thinking, thought-artistry)...

В течение всей своей жизни Хинтон занимался проблемой четвёртого измерения. Его произведения концентрировались на популяризации четырёхмерного пространства, в особенности на тренировке способностей представления этого пространства. Для этого он исследовал различные способы перехода из второго в третье измерение, чтобы подготовить солидные основы для изображения четвёртого измерения в трёхмерном наблюдаемом пространстве. Особенно он развил методический путь для последовательной тренировки трёхмерного пространственного созерцания и порой считал, что таким же способом можно приобрести некое (нечувственное) созерцание четырёхмерного пространства (см. об этом Hinton, *Новая эра мышления* [1900] и *Четвёртое измерение* [1904]). Хинтон придерживается взгляда, что мир имеет четвёртое измерение материально. Он пытался доказать это путём различных психологических и физических рассуждений. Спротивление этому он встретил как со стороны материалистов, которые для созерцания признавали только трёхмерное пространство, так и спиритуалистов, которые хотели видеть в четвёртом измерении чисто духовную природу. (см. об этом Ballard [1980]).

Хинтон был спорный, но почитаемый и много читаемый непрофессиональной публикой автор, особенно в кругах теософов и художественного авангарда (см. об этом Henderson [1983], [1985] и [1988]). Академические круги его игнорировали и отвергали.

- 19 См. об этом соответствующие высказывания в предшествующем докладе.
- 20 См. Рудольф Штайнер, *Очерк тайноведения* (GA13), глава «Развитие мира и человек».
- 21 Не так просто реконструировать то, что подразумевается этим рассуждением по аналогии. Во всяком случае, у Хинтона не было обнаружено ничего, что соответствует этому ходу мыслей. Хинтон, правда, тоже применял цвета для иллюстрации перехода из второго измерения в третье и в особенности из третьего измерения в четвёртое, но совершенно по другому. Его рассуждения, касающиеся этого вопроса, Рудольф Штайнер прежде всего докладывает в опубликованном здесь докладе от 24 мая 1905 года.

Геометрическое основание выказанного в этом месте рассуждения следующее: разделённый в середине отрезок можно дополнить квадратом, присоединив впритык к обоим составляющим отрезкам по два квадрата. Отсюда появляется один большой квадрат, разделённый на четыре маленьких квадрата (рис. 16). Отсюда можно получить куб, разделённый на восемь маленьких кубов, вплотную придвинув к четырём составляющим квадратам по два куба (рис. 17). Соответствующее четырёхмерное образование, четырёхмерный куб, получается, когда восемь составляющих кубов трёхмерного куба понимаются как общие «граничные пространства» по

два четырёхмерных куба. Вследствие этого появляется четырёхмерный куб, разделённый на 16 составляющих кубов.

Берлин, 17 мая 1905

- 22 С большой вероятностью речь идёт о *Яне Арнольде Шоутене* [Jan Arnoldus Schouten] (1883-1971), голландский математик из Дельфты.

В архиве Управления наследием Рудольфа Штайнера находится письмо от Шоутена к Штайнеру. Часть, относящаяся к предлагаемому докладу, звучит так:

*Дельфт 1 декабря 1905 / Глубокоуважаемый господин доктор, / когда в июле этого года я вернулся на родину и хотел быть принятым вами Вы к сожалению уже уехали, и так получилось что модели которые Вы использовали в своём докладе находятся ещё у Вас. Так как теперь я имею намерение прочитать здесь несколько докладов о четвёртом измерении я хотел бы очень любезно попросить Вас прислать мне модели. Доклады предназначены в частности также для нескольких лож к которым я отношу ложи Дельфты которые недавно основаны. [...] / С глубоким уважением / Я. А. Шоутен / М. Т. S. (в тексте письма оставлена пунктуация оригинала; прим. перевод.).*

После изучения электротехники в высшей технической школе в Дельфте Шоутен несколько лет занимался своей профессией в Роттердаме и Берлине. Чтобы понять специальную теорию относительности, он занимался самостоятельным изучением математики и написал работу *Основы векторного и аффинного анализа* [1914], которую в Дельфте выдвинул в качестве диссертации. Сразу после этого он был назначен профессором в Дельфте и оставался там до 1943 года.

Названная книга Шоутена [1914] с личной дарственной надписью автора находится в библиотеке Рудольфа Штайнера. (...)

- 23 Кронос – сын Урана и Геи. Он женился на своей сестре Рее, которая родила дочерей Гестию, Деметру, Геру и сыновей Посейдона и Зевса. Кронос проглотил всех за исключением Зевса, которого Рея вверила своей матери Гее. (См. мифологию Греции).
- 24 *Иоганн Вольфганг Гёте* [Johann Wolfgang Goethe] (1749-1832) *Беседы немецких переселенцев, сказка*: «Меж тем золотой король спросил старика [с лампадой]: <Сколько тайн ты познал?> – <Три>, ответил старик. <Которая важнее всех?>, – спросил серебряный король. <Раскрытая>, ответил старик». (Издание «Художественная литература», Москва 1978, том 6, с. 199).
- 25 *Платон* [Plato] (427-347 до Р.Х.). *Тимей* [Timaios] 36b - 37a. См. об этом Р. Штайнер, *Христианство как мистический факт* (GA 8).

Берлин, 24 мая 1905

- 26 Хинтон в течение своей жизни развил не только один, но много разных методов изображения четырёхмерного пространства в трёхмерном наглядном пространстве и изображал его общедоступно. Притом его заслуга лежит больше в популярном изображении, чем в непосредственном математическом решении. См. названные в списке литературы сочинения Хинтона.

27 Хинтон работал с разными системами окрашивания и распределения краски. При этом у него речь идёт о двумерном представлении трёхмерного тела в качестве подготовки к трёхмерному изображению четырёхмерного тела (см. об этом Hinton, *A New Era of Thought* [1900], часть II, главы I-IV, VII, а также *The Fourth Dimension* [1904], главы XI-XIII). Штайнер, по-видимому, опирался здесь на один из сильно упрощённых вариантов этой системы.

Хотел ли Штайнер окрашиванием указать на специфические особенности соответствующих измерений, из контекста докладов не вытекает, но скорее это неправдоподобно. Здесь есть также значительная разница между различными конспектами и переводами, которые по всей вероятности сведены к различной применимости цветов (в случае белого) на чёрной доске или на белой бумаге.

28 Эта модель отсутствует в наследии Штайнера. По всей вероятности после соответствующего письма Я.А. Шоутена она была ему возвращена (см. об этом прим. 22)

29 Движением квадрата с четырёх сторон в трёхмерном пространстве можно создать куб с шестью граничными поверхностями; эти шесть граничных поверхностей состояются из начального и конечного квадратов, как и четыре квадрата, созданные через движение сторон. Это можно тотчас предугадать посредством параллельной проекции этого движения на плоскость, то есть в двумерное пространство (см. рис. 88). – Точно так же посредством движения куба с шестью поверхностями возникает в четырёхмерном пространстве образование с восьмью граничными кубами, а именно начальный и конечный куб, а также шесть кубов, созданных через движение сторон. Это можно легко предугадать посредством параллельной проекции этого движения в трёхмерное пространство (см. рис. 90).

30 Выражение *тессаракт* (Tessarakt) образовано Хинтоном, по-видимому, для аналогичной кубу фигуры в четырёхмерном пространстве. В его сочинениях находится даже орфография *Tessarakt*.

31 Почти те же размышления (с идентичными рисунками) находятся у Хинтона в *The Fourth Dimension* [1904], глава XII.

32 *Гёте*, Фауст, первая часть, 4 сцена, кабинет Фауста:

Мефистофель:

Мне стоит плащ мой развернуть –

И мы взовьёмся легче вьюги.

Но на полёт отважный свой

Ты не бери узлов с собой;

Вот я дыханьем огненным повею,

И мы поднимемся с поверхности земной:

Чем легче, тем скорей помчишься ты со мной.

Ну-с, с новой жизнью вас поздравить честь имею!

(перевод Холодковского)

- 33 Книга первая Моисея, главы 1, 2. См. об этом Р. Штайнер, *Тайны библейского творения* (GA 122), особенно доклад от 20 августа 1910 года.

*Берлин, 31 мая 1905*

- 34 Описанная здесь ситуация соответствует рис. 76 в случае развёртывания куба на плоскости:

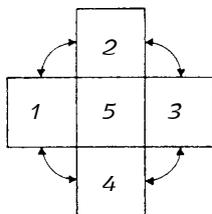


Рис. 76

Квадраты 5 и 6 расположены при этом «друг над другом», что нельзя непосредственно выразить на плоскости. Верхняя сторона квадрата 2, нижняя сторона квадрата 4, а также правая и левая стороны квадратов 3 и соответственно 1 должны быть идентифицированы со сторонами квадрата 6.

Вполне в соответствии с этим кубы 7 и 8 лежат «друг в друге» и не могут быть непосредственно распознаваемы в трёхмерном пространстве. Верхняя и соответственно нижняя сторона кубов 5 и 6, левая и соответственно правая сторона кубов 3 и 4, а также передняя и соответственно задняя сторона кубов 1 и 2 должны быть все идентифицированы с квадратами сторон куба 8. – Для куба идентификация сторон шестого квадрата с его смежными квадратами лучше прослеживается на привычном раскладывании или развёртке (рис. 77).

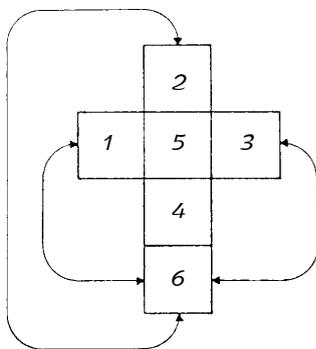


Рис.77

Соответствующая ситуация для тессаракта представлена на рис. 78, где должны быть идентифицированы поверхности сторон восьмого куба с соответствующими поверхностями сторон смежных кубов.

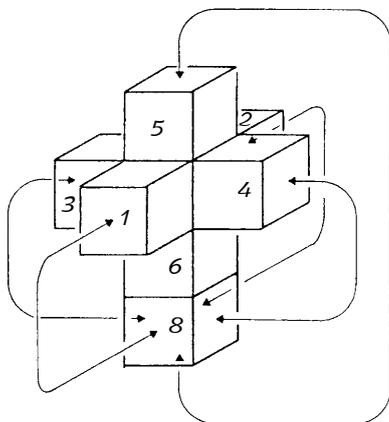


Рис. 78

- 35 У пяти правильных выпуклых многогранников: куба, тетраэдра, октаэдра, додекаэдра и икосаэдра – углы пересечения поверхностей по рёбрам соответственно равны между собой. Соответствующий угол пересечения является характерным для соответствующего многогранника.

Правильные многогранники ограничиваются однородными правильными многоугольниками такого рода, что во всех углах и рёбрах имеют место те же геометрические отношения. Поэтому достаточно одного угла многогранника, чтобы исследовать, как могут соприкаться там многие многоугольники. Отсюда выявляется полный обзор всех возможных типов таких многогранников. Начнём с правильного треугольника (рис. 79). Два правильных треугольника ещё не позволяют объединиться в вершину многогранника. При трёх треугольниках получаешь вершину тетраэдра, при четырёх треугольниках – вершину октаэдра, а при пяти треугольниках – вершину икосаэдра. Шесть треугольников просто лежат на плоскости и не могут образовать вершину многогранника.

Из трёх правильных четырёхугольников, то есть квадратов, получается вершина куба; четыре квадрата уже снова просто лежат на плоскости.

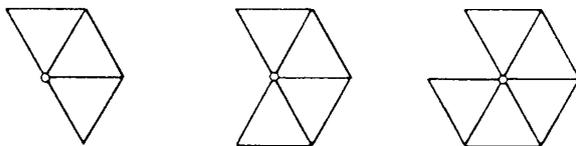


Рис.79

Из трёх пятиугольников получается вершина додекаэдра. Четыре пятиугольника уже пересекаются (рис. 80).

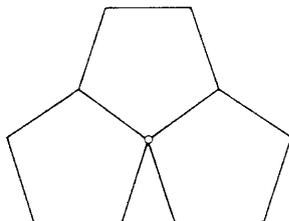


Рис. 80

Три шестиугольника снова просто лежат на плоскости, а три семиугольника пересекаются. Итак, фактически нельзя дать больше, кроме названных уже пяти правильных многогранников.

- 36 Рудольф Штайнер ссылается здесь на обычный опыт в геометрической кристаллографии. Семь классов кристаллов основываются на симметрии семи возможных кристаллографических систем осей. Соответствующие группы симметрии, представляющие все элементы симметрии одного класса, называют *голоэдрией*, *полногранностью*. Многогранники, принадлежащие к этим группам симметрии, называют *полногранными формами* или *полногранными (голоэдрическими) кристаллами*. Притом речь идёт о таких простых полногранных кристаллах, которые могут быть переведены в себя через все операторы симметрии, принадлежащие кристаллической системе. *Гемиздрические формы* или *гемиздры* являются многогранниками с вдвое меньшим количеством граней, чем соответствующие полногранные формы; они возникают из них через сокращение граней, то есть через выделение и исчезновение некоторых граней. Группа симметрии гемиздра соответственно сокращена (подгруппа голоэдри от индекса 2). См. об этом Hochstetter/Bisching [1868], S. 20ff., Schoute [1905], S. 190ff., Niggli [1924], S. 70ff., 129ff.
- 37 В кубе все грани пересекаются парами под прямыми углами. Какую бы грань ни выбрал, снова возникает образование с двугранными углами  $90^\circ$ . Путём сокращения граней, разумеется, из куба уже не получишь *замкнутый* многогранник.
- 38 *Под осями куба* здесь подразумеваются три взаимно ортогональных направления через центр куба, к которым попарно ортогональны поверхности куба. Эти оси одновременно являются осями трёх зон куба (рис. 81). Под *зоной* (или *зонной решёткой*) понимают количество, по крайней мере, трёх граней, которые параллельны прямой линии – зонной оси.

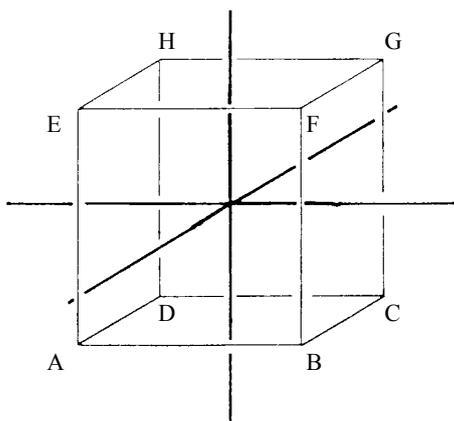


Рис.81

*Ромбододекаэдр* можно легко сконструировать с помощью куба: в куб следует поместить все шесть диагональных плоскостей, которые соединяют пару противоположных рёбер (рис. 82). Затем следует отразить наружу шесть возникающих таким образом внутри куба пирамид (рис. 83). Названные в докладе четыре «оси» являются теми диагоналями ромбододекаэдра, которые совпадают с диагоналями этого куба.

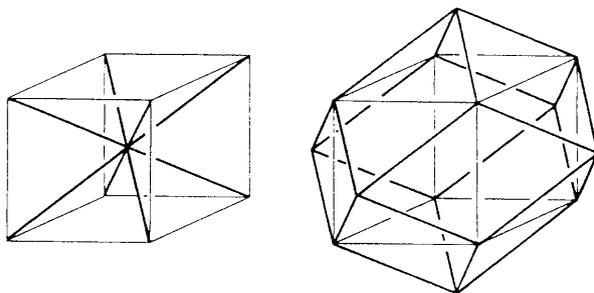


Рис. 82 и 83

Точнее, у этих четырёх осей речь идёт о четырёх *зонных осях* ромбододекаэдра, то есть о тех четырёх осях, которым параллельны по шесть граней этого тела. Эти четыре группы, каждая по шесть плоскостей, называют *зонными решётками* ромбододекаэдра.

Ромбододекаэдр не является правильным многогранником, так как углы между собой не однородны. В углах ромбододекаэдра, вытекающих из углов куба, смыкаются три грани и в остальных углах – четыре грани. Зонные оси проходят через те вершины, с которыми смыкаются три грани.

Следует принять во внимание, что введённые здесь «оси» ромбододекаэдра представляют собой определённый выбор из семи возможных диагоналей (соединяющая прямая линия противоположных вершин).

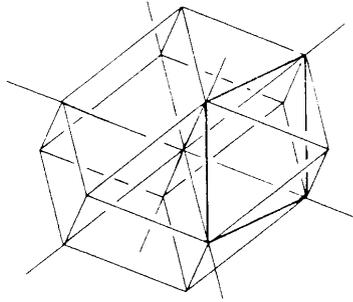


Рис. 84

*К выполненному изображению:* здесь ромбододекаэдр изображается в косой проекции, уже как другое геометрическое построение, так как это соответствует условиям более быстрого черчения от руки на доске. В соответствии с этим придётся смириться с лёгкими искажениями нижеследующих рисунков.

- 39 Ромбододекаэдр тоже имеет оси, к которым грани расположены ортогонально. Если поворачиваешь четыре зонные оси ромбододекаэдра на  $45^\circ$  вокруг вертикальной оси лежащего в основе куба и вместе с тем удерживаешь ромбододекаэдр, то эти оси попадают в середину восьми рёбер ромбо-

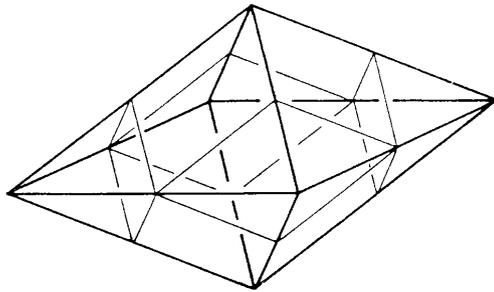


Рис. 85

додэкаэдра. Тело, образованное из этих граней, октаэдр, состоит в таком случае ровно из тех четырёх пар граней, которые ортогональны к (повёрнутым на  $45^\circ$ ) четырём зонным осям ромбододекаэдра (рис. 85). Если дополнить эти четыре оси двумя горизонтальными осями куба (см. предыдущее прим.), точно так же повёрнутыми на  $45^\circ$ , то получаешь систему из *шести* «осей», которые ко всем граням ромбододекаэдра ортогональны.

- 40 Деление пополам граней у куба приводит к маленьким новым двугранным углам. Ромбододекаэдр по-разному «делится пополам» (рис. 86 и 87). Если при этом возникает замкнутый многогранник, то речь идёт о наклонном параллелепипеде.

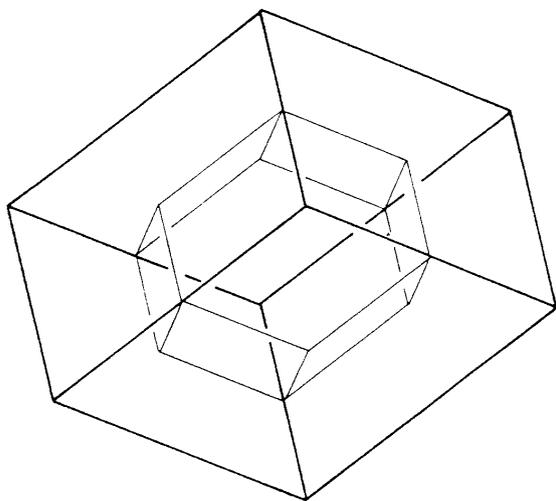


Рис. 86

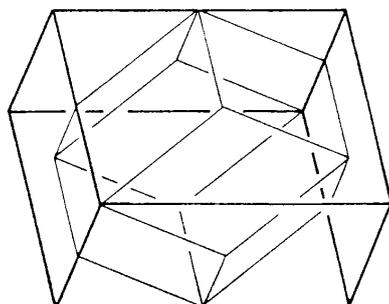


Рис. 87

- 41 Это действительно при условии, что сечения тетраэдра или куба проводятся *параллельно* к уже существующим граням. Если отрезаешь углы у куба примерно так, что площади сечения располагаются перпендикулярно к диагональным осям, то сначала возникает некий куб-октаэдр (Kuboktaeder) и, наконец – октаэдр.
- 42 См. также доклад от 31 марта 1905. – В зависимости от того, какую из шести поверхностей, ограничивающих куб, выбираешь, каждый раз при расширении граничных поверхностей по всему пространству получается некое «тело», которое простирается в бесконечность. В особенности если из

шести поверхностей выбираешь три попарно ортогональных друг другу, то в итоге получается геометрическая структура с тремя ортогональными друг другу осями с соответствующими соединяющими плоскостями. Таковую систему можно воспринимать как представителя трёхмерного евклидова пространства; одновременно это является геометрической основой всякой евклидовой или декартовой системы координат (репер, трёхгранник).

- 43 Здесь и в нижеследующем, по-видимому, изложение очень сильно сокращено, так что различные точки зрения кажутся втиснутыми друг в друга. Ряд: квадрат, куб, тессаракт – может бы дополнен посредством ряда структур, имеющих не прямые или плоские, но изогнутые *границы*. Благодаря этому получаешь двумерную структуру, которые могут быть представлены как изогнутый квадрат, изогнутый куб и как изогнутый тессаракт. У этих структур очертания получают такое же измерение, как сама структура.

Окружность, двумерная сфера и трёхмерная сфера топологически эквивалентны структурам ограничения квадрата, куба и тессаракта. Площадь круга, полная двумерная сфера и полная трёхмерная сфера являются топологически эквивалентными поверхности квадрата, кубу и тессаракту.

С другой стороны, через соответствующее выгибание одномерного отрезка получаешь двумерную часть кривой, в частности круговой сегмент, через изгибание площади круга – трёхмерную структуру, сферическую оболочку, и через изгибание полной сферы – четырёхмерную структуру, в частности часть четырёхмерной сферы.

Таким образом, окружность составляется из двух изогнутых отрезков, которые склеиваются в своих конечных точках, и двумерная сфера в трёхмерном пространстве составляется из двух изогнутых площадей круга, которые склеиваются своими краями. Соответственно получают трёхмерную сферу в четырёхмерном пространстве, склеивая две полные изогнутые сферы по их поверхностям (= двумерные сферы). Эти трёхмерные сферы относятся к пространству, как двумерные сферы (= обычные сферические поверхности) к плоскости.

*Берлин, 7 июня 1905*

- 44 Вероятно здесь подразумеваются книги Хинтона: *Scientific Romances* [1886], *A New Era of Thought* [1900] и *The Fourth Dimension* [1904].
- 45 В изображении тессаракта, развёрнутом в пятом докладе от 31 мая 1905 года, речь идёт не о проекции в строгом смысле, но о развёртке. В нижеследующем Штайнер создаёт прямоугольную параллельную проекцию тессаракта в трёхмерном пространстве. Направление проекции при этом является одной из пространственных диагоналей.
- 46 Если куб дан как рёберный остов, то как результат косой проекции на плоскость в целом получаются два параллельно смещённых друг относительно друга квадрата вместе со связующими прямыми соответствующих углов (рис. 88: косая проекция куба).

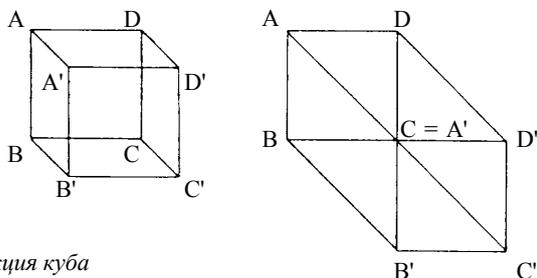


Рис. 88  
Косая проекция куба

Если избираешь направление проекции так, что она проходит через пространственную диагональ  $A'C$ , то углы  $A'$  и  $C$  совпадают, и возникает косой шестиугольник с диагоналями. Отображения шести отдельных граней куба из этого шестиугольника перестраиваются так, что из данной линейной структуры образуешь все возможные параллелограммы. При этом каждый из этих параллелограммов по одному пересекается с двумя другими. В целом поверхность шестиугольника перекрывается всеми поверхностями куба дважды. Если направление проекции перпендикулярно к плоскости проекции, то в качестве отображения куба возникает правильный шестиугольник (рис. 89: ортогональные параллельные проекции куба).

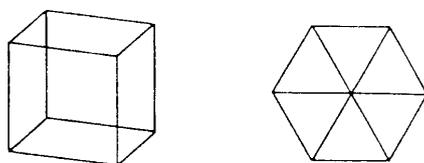


Рис. 89  
Ортогональные параллельные проекции куба

Следует обратить внимание, что в трёх диагоналях шестиугольника отображаются также три (зонные) оси куба. Принадлежащие к этим осям *зонные решётки*, то есть четыре грани куба, параллельные каждой из этих трёх осей, появляются как каждые четыре параллелограмма (или ромба), которые с одной из этих осей имеют сообща одну сторону.

- 47 Выше Штайнер характеризует смещённые или наклонные квадраты как ромбы; они являются параллелограммами со сторонами одинаковой длины. Соответственно ромбокубы являются косыми кубами, то есть параллелепипедами с одинаковой длиной сторон.
- 48 Если тессаракт дан как рёберный остов, то как результат параллельной проекции в трёхмерное пространство в целом получаются два смещённых друг относительно друга куба вместе с прямыми связующими линиями соответствующих углов (рис. 90: косая параллельная проекция тессаракта).

Если выбираешь направление проекции так, что она проходит через диагональ  $A'C$ , то вершины  $A'$  и  $C$  совпадают, и получается ромбододекаэдр с четырьмя диагоналями. Отображение восьми рёберных кубов тессаракта легко обнаруживается на первом рисунке: существуют все воз-

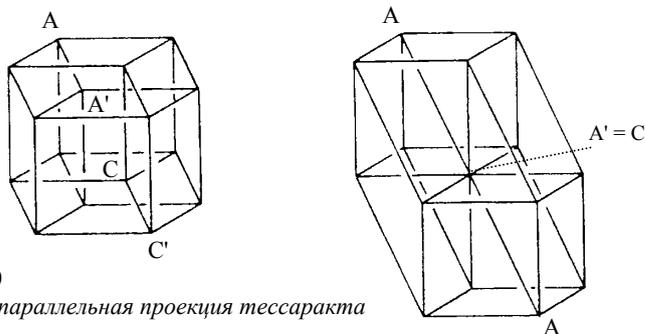


Рис. 90  
Косая параллельная проекция тессаракта

можные параллелепипеды, которые можно образовать из данного остова через комбинацию рёбер. При этом речь идёт о первоначальном и смещённом кубе, а также о шести параллелепипедах, имеющих по одной грани от первоначального и от смещённого куба. Эта ситуация не изменяется коренным образом при переходе к ромбододекаэдру, вот только теперь все «ромбокубы» (параллелепипеды) переместились друг в друга так, что они ровно дважды заполнили внутреннее пространство ромбододекаэдра. При этом параллелепипед каждый раз перекрывается тремя другими.

Четыре диагонали ромбододекаэдра, возникающие через проекцию тессаракта, являются *зонными осями* четырёх поверхностных решёток [Flächenverbände] (каждая из шести граней) ромбододекаэдра. Такая поверхностная решётка состоит из всех шести граней, параллельных одной зонной оси. (Обратите внимание, что у ромбододекаэдра зонные оси проходят не через центр поверхности, как у куба, но через углы.)

Однако эти четыре оси одновременно являются проекцией четырёх осей тессаракта, взаимно ортогональных в четырёхмерном пространстве. Три оси куба проходят через центры граней этого тела; соответственно (аналогично) оси тессаракта проходят через центры образующих кубов [Seitenwürfel] тессаракта. При параллельной проекции центр куба переходит в центр соответствующего параллелепипеда. Четыре оси проходят точно через центр этого параллелепипеда, как это можно установить путём исследования всех восьми параллелепипедов в ромбододекаэдре.

Как у куба три взаимно ортогональные оси одновременно являются зонными осями поверхностных решёток с четырьмя гранями каждая, так четыре оси тессаракта являются *зонными осями* четырёх клеточных структур каждая с шестью клетками (= образующим кубам тессаракта). В ромбододекаэдре легко обнаруживаются эти относящиеся к одной оси клетки – это все те шесть параллелепипедов, которые сообщая с осью имеют ровно одну сторону.

- 49 Платон, Государство, книга 7, 514a-518c. – Где Шопенгауэр излагает эту притчу, до сих пор не выяснено.
- 50 На эту интерпретацию притчи Платона о пещере Цёлльнер также обратил внимание в своём сочинении *Über Wirkungen in die Ferne* [1878a], S. 260ff.
- 51 См. доклад от 24 марта 1905 года.

- 52 В этом месте под [сферическим] тессарахтом, вероятно, подразумевается в четырёхмерном пространстве не четырёхмерный куб в узком смысле, а топологически эквивалентная с ним трёхмерная сфера. Она возникает из присущего ей искривления и сращивания двух полных сфер трёхмерного пространства. См. об этом прим. 43 к докладу от 31 мая 1905.
- 53 См. об этом прим. 43 и 52.
- 54 Для нижеследующего текста этого доклада были также привлечены процитированные в статье Naase [1916] отрывки из конспектов доклада Штайнера от 7 июня 1905 года.
- 55 Моисей, книга вторая, глава 19, а также главы 33 и 34.
- 56 В теософской литературе три высших региона страны духов названы арупа-регионами в противоположность четырём низшим, которые называют рупа-регионами. (См. об этом прим. ответственного редактора к циклу Р. Штайнера *Основные элементы эзотерики*, GA 93a) О семи регионах страны духа см. Р. Штайнер, *Теософия* (GA 9), «Страна духов».
- По проблеме измерения в связи с планами и регионами духовного мира см. также доклад от 17 мая 1905, ответы на вопросы от 11 марта 1920 (вопросы А. Штракоша [Alexander Strakosch]), ответы на вопросы от 7 апреля 1921 (GA 76) и 12 апреля 1922 (GA 82), и доклады от 19, 20, 22 и 26 августа 1923 (GA 227).

*Берлин, 7 ноября 1905*

- 57 См. об этом доклады от 24 и 31 марта 1905 и относящиеся к ним примечания.
- 58 См. об этом прим. 6 к докладу от 24 марта 1905.
- 59 См. Р. Штайнер, *Мой жизненный путь* (GA 28), глава III, и также *Чтобы человек стал целым человеком. Значение антропософии в духовной жизни современности* (GA 82), доклад от 8 апреля 1922: «Место антропософии в науке».
- 60 Рудольф Штайнер касается здесь дополнения евклидова пространства посредством его несобственной плоскости (или абсолютной плоскости), вследствие чего возникает проективное пространство. Проективное пространство не имеет никаких несобственных элементов или граничных элементов, оно замкнуто в себе, то есть можно на каждом направлении выходить в «бесконечное» и просто снова возвращаться с другой стороны.
- 61 См. также высказывания в докладе от 24 марта 1905 года и относящиеся к нему примечания.
- 62 См. также высказывание в начале доклада от 7 июня 1905 года и относящиеся к нему примечания.

Берлин, 22 октября 1908

- 63 Первые математические исследования по проблеме четырёхмерного пространства относятся уже к середине XIX столетия. См. об этом Manning, *Geometry of Four Dimensions* [1914], "Introduction".
- 64 Р. Штайнер касается здесь исследований Римана по геометрии  $n$ -мерного многообразия. См. также прим. 1 к докладу от 24 марта 1905 года.
- 65 См. также известные в наше время и популярные сочинения: Abbot, *Flatland* [1884], Hinton, *Scientific Romances* [1886], глава «A plane world» (S. 129-159) и Hinton, *An Episode of Flatland* [1907].
- 66 См. также доклад Рудольфа Штайнера от 10 апреля 1912 (GA 136). – Предположение, что это высказывание является также указанием на мнение Цёлльнера, невозможно подтвердить. Теория комет Цёлльнера (см. прежде всего Zöllner [1886]), напротив, стала основой и исходной точкой современной традиционной теории комет. Не обнаружено никакой ссылки на то, что Цёлльнер связывал свою теорию комет со своими спиритическими идеями в четырёхмерном пространстве.

## ПРИМЕЧАНИЯ К ОТВЕТАМ НА ВОПРОСЫ

*Берлин, 1 ноября 1904*

Ответ на вопрос после доклада в берлинской ветви о «Христианстве» (в Полном собрании трудов ещё не опубликован).

- 1 *Ян Арнольд Шоутен* [Jan Arnoldus Schouten] (1883-1971). См. прим. 22 к докладу от 17 мая 1905. – Этот вопрос указывает на то, что проблема четвёртого измерения была актуальна также и в непосредственном окружении Рудольфа Штайнера, и он в своих докладах обращался к теме четвёртого измерения, прежде всего, в связи с тесно связанными с ней научными вопросами.

*Штутгарт, 2 сентября 1906*

Ответ на вопрос во время цикла докладов «У врат теософии», GA 95.

- 2 Под пространством Рудольф Штайнер, по-видимому, подразумевает обычное наглядное пространство, охарактеризованное законами евклидовой геометрии. Для неё бесконечность (при углублении в проективное пространство – несобственная плоскость) является непреодолимой границей. Для астрального пространства по Штайнеру этого не происходит. Оно имеет структуру, родственную проективному пространству. Там нет границы, нет недостижимой бесконечности. Проективное пространство замкнуто в себе: из неподвижной исходной точки можно выходить наружу по всем направлениям и, в конце концов, снова возвращаться к исходной точке.
- 3 Невозможно точно реконструировать подразумеваемое этим предложением. На основании переданного рисунка (рис. 62) речь может идти о фрагменте модели примерно следующего содержания: во втором измерении двумерный объект внутри круга нельзя вывести из этого круга, не пересекая его границу. Прибегая к помощи третьего измерения, это можно осуществить без затруднений. А в трёхмерном пространстве объект, находящийся внутри сферы, нельзя вывести из этой сферы, не проломив эту сферу. Зато это возможно с помощью четвёртого измерения. (См. об этом высказывания в примечаниях к докладу от 24 марта 1905.)

*Нюрнберг, 28 июня 1908*

Ответы на вопросы во время цикла докладов «Апокалипсис Иоанна», GA 104.

- 4 Кант, *Пролегомены ко всякой будущей метафизике* [1783], «Космологические идеи», § 50-53; *Критика чистого разума* [1787], «Антиномии чистого разума, первое противоречие трансцендентальной идеи». Кант показывает, что можно приводить аргументы и в пользу и против бесконечности пространства. Для него причина этого противоречия лежит в неявном допущении, что пространство и предметы пространства воспринимаются как абсолютные реальности, как объективные законы вещей в себе. Если их вос-

принимать в качестве того, чем они являются по Канту, а именно только представлениями (формами созерцания или явлениями) вещей в себе, то «противоречие идей» рассеивается.

- 5 Рудольф Штайнер касается здесь открытия проективного расширения евклидовой геометрии в начале XIX столетия. Евклидова прямая линия теряется в бесконечности по обе стороны; для неё направление налево и направление направо разделены бесконечностью (несобственной точкой). Проективная прямая не имеет такой границы, она относительно расположения своих точек замкнута в себе, как окружность.
- 6 Из полученного текста уже невозможно восстановить, хотел ли Штайнер придать пространственным отношениям в астральном фактическую геометрическую кривизну. Проективная замкнутая в себе прямая линия во всяком случае не приходит к кривизне. Возможно, Штайнер хотел здесь только обратить внимание на структурное сродство, существующее между поведением точек на проективной прямой линии и на окружности.
- 7 По всей вероятности, здесь Рудольф Штайнер тоже использует выражение «сфера» лишь для того, чтобы обратить внимание на замкнутость астрального пространства в духе проективного пространства. В топологическом смысле ни проективная плоскость двумерной сферы, ни проективное пространство трёхмерной сферы не являются эквивалентными.

*Дюссельдорф, 21 апреля 1909*

Два ответа на вопросы, присоединённые к циклу докладов «Духовные иерархии и их отражение в физическом мире», GA 110.

*Дюссельдорф, 22 апреля 1909*

Из ответов на вопросы, присоединённых к циклу докладов «Духовные иерархии и их отражение в физическом мире», GA 110.

- 8 Это высказывание у Платона не обнаружено. Оно заимствовано из переданных Плутархом застольных бесед, которые образуют часть *Moralia*. Один из участников беседы там говорит: «Бог непрерывно геометризует – если это высказывание на самом деле может быть приписано Платону». Плутарх добавляет: «Этого высказывания нет ни в одном из сочинений Платона, но оно достаточно засвидетельствовано и находится в гармонии с его характером». (Плутарх, *Moralia*, *Quaestiones convivales*, книга VIII, вопрос 2; Stephanus 718c).
- 9 См. также автореферат Рудольфа Штайнера, «Математика и оккультизм» (1904) в *Философии и антропософии* (GA 35).
- 10 См. также примечания к ответам на вопросы от 2 сентября 1906 и 28 июня 1908. – выражение «геометрия положения» является ныне устаревшим обозначением для синтетической проективной геометрии.

- 11 С точки зрения проективной геометрии все теоремы евклидовой геометрии, которая касается только положения и расположения точек, прямых линий и плоскостей (следовательно, не каких-либо соотношений мер), предстают частными случаями или предельными случаями общих проективных теорем.
- 12 Две точки  $A$  и  $B$  проективной прямой  $g$  разделяют эту прямую на два отрезка (рис. 91); в первом из них находится несобственная (бесконечно удалённая) точка прямой  $g$ . Оба отрезка в рамках проективной геометрии связаны с точками  $A$  и  $B$ . Для евклидовой геометрии, напротив, только тот отрезок связывает  $A$  и  $B$ , который не содержит несобственной точки прямой  $g$ .



Рис. 91

- 13 Орехотворка (Gallwespe): Что отдельные части целого могут оказывать друг на друга воздействие даже тогда, когда они не образуют пространственное единство, Рудольф Штайнер аналогично излагал также в следующих докладах: Берлин, 22 октября 1906 (в GA 96, S. 181f.) и Дорнах, 22 марта 1922 (в GA 222, S. 103ff.). В специальной литературе среди многочисленных разновидностей семейств орехотворок не установлен вид ос, который бы соответствовал описанию Рудольфа Штайнера. Зато обнаруживается стеблеобразная удлинённая связь между головой и брюшком у большого вида семейств роющих ос, в особенности у разновидности аммофилы. По-видимому здесь слуховая ошибка записывающего.

*Берлин, 2 ноября 1910*

Записи ответа на вопрос во время цикла докладов по *психософии* в «*Антропософия – Психософия – Пневматософия*», GA 115.

- 14 Смысловые дополнения в [ ] опираются на доклад от 7 июня 1905 года, а также на ответы на вопросы, присоединённые к докладу от 17 мая 1905 года.

*Базель, 1 октября 1911*

Записи ответа на вопрос после доклада для членов общества на тему «Эфиризация крови. Вмешательство эфирного Христа в земное развитие», в «Эзотерическое христианство и духовное руководство человечеством», GA 130, S. 103.

- 15 О связи света и тепла см. доклады *Духовно-научные импульсы к развитию физики. Второй естественнонаучный курс: тепло на границе позитивной и негативной материальности* (GA 321), а также здесь ниже ответы на вопросы от 11 и 31 марта 1920 и 15 января 1921.

Мюнхен, 25 ноября 1912

Ответы на вопросы после публичного доклада об «Истине духовного исследования». Этот доклад был опубликован в журнале *Mensch und Welt; Blätter für Anthroposophie*, 20. Jahrgang, 1968, Heft 5, S. 167-177. Он ещё не опубликован в полном собрании трудов.

- 16 Рудольф Штайнер касается здесь неоднократно упоминаемого им исследования *Бернарда Римана* [Bernhard Riemann] (1816-1866). См. также прим. 1 к докладу от 24 марта 1905.
- 17 *Оскар Симоны* [Oskar Simony] (1852-1915). См. также доклад от 24 марта 1905 и прим. 14.
- 18 См. также Рудольф Штайнер, *Мой жизненный путь* ( GA 28), глава III.
- 19 См. также вышеупомянутые ответы на вопросы и принадлежащие им примечания.

Берлин, 13 февраля 1913

Записи ответа на вопросы после публичного доклада в доме архитектора на тему «Духовное величие Леонардо на поворотном пункте нового времени», GA 62.

- 20 Гёте, *Сказка* (см. прим. 24 к докладу от 17 мая 1905).
- 21 Об оккультном законе повторения и видоизменённое повторение см. в целом Рудольф Штайнер, *Очерк тайноведения* (GA 13), глава «Развитие мира и человек». О законе повторения как элементарном принципе эфирного см. например доклад от 21 октября 1908 (GA 107). Рудольф Штайнер иллюстрирует там этот принцип в особенности на росте растения и указывает на видоизменённое повторение при процессе непрерывного формирования листа.
- 22 О повторениях в речах Будды и их значении Рудольф Штайнер также говорит в докладах от 18 сентября 1912 (GA 139), а также от 27 сентября 1921, во второй половине дня (в GA 343).
- 23 Под влиянием *Piero della Francesca* (1410-1492) и *Леонардо да Винчи* [Leonardo da Vinci] (1452-1519) *Fra Luca Pacioli* (около 1445-1517) написал научный трактат *Divina proportione* [Божественные пропорции] (Венеция 1509). При этом он использует рисунки по образцам своего друга Леонардо. Этим впервые ставится в центр произведения подробное исследование математических и эстетических свойств золотого сечения.  
Золотое сечение (*sectio aurea*), названное также *вечное деление*, проистекает из задачи – посредством одной точки разделить отрезок на две части так, чтобы меньшая часть относилась к большей части так, как большая часть относится ко всему отрезку. Можно обнаружить: если отрезок непрерывно делить по золотому сечению, то выявляется последовательность отрезков, у которых каждые два соседних члена тоже связаны золотым сечением. Этим объясняется выразительность *вечного деления*.

В качестве дальнейшей ссылки на принцип повторения и видоизменённого повторения в контексте золотого сечения следует ещё указать на явление коэффициента деления золотого сечения у регулярных цепных дробей. В дальнейшем подходящими дробями этой цепной дроби являются частные следующих друг за другом членов последовательности чисел Фибоначчи [Fibonacci] 1, 1, 2, 3, 5, 8, ..., которые играют большую роль в расположении листа растений (филлотаксис). (См. также Coxeter [1981], глава 11).

*Берлин, 27 ноября 1913*

Ответы на вопросы после публичного доклада, прочитанного в Берлине в доме архитектора на тему «О смерти», в GA 63.

- 24 Доклад от 19 марта 1914 «Между смертью и новым рождением человека» (в GA 63).
- 25 См. также и к нижеследующему – ответ на вопрос от 7 марта 1920 и соответствующие примечания.

*Штутгарт, 1919*

Рукописная запись Рудольфа Штайнера к вопросу, поставленному Георгом Гербергом.

Факсимильная рукопись Рудольфа Штайнера напечатана в томе «Духовно-научные импульсы к развитию физики, первый естественнонаучный курс», GA 320.

*Георг Герберг* [Georgh Herberg] (1876-1963), один из первых докторов технических наук в Германии, с 1913 года независимый инженер-консультант по энергетике и теплоэнергетике в Штутгарте.

*Штутгарт, 7 марта 1920*

Ответы на вопросы во время цикла докладов «Духовно-научные импульсы к развитию физики. Второй естественнонаучный курс», GA 321. Вопросы Германа фон Баравалля в соответствии с его докладом «О теории относительности» от 7 марта 1920 года в Штутгарте.

*Герман фон Баравалль* [Hermann von Baravalle] (1898-1973), учитель математики и физики в первой вальдорфской школе в Штутгарте. – Рукопись доклада Баравалля до сих пор не обнаружена.

- 26 В теоретической физике XIX столетия для объяснения оптических феноменов были созданы различные теории, которые все основывались на допущении физического квазивещественного эфира. Как теоретическое вспомогательное средство среди прочего использовалась теория упругости. Позже электромагнитная теория света *Джеймса Кларка Максвелла* [James Clark Maxwell] (1831-1879) вместе с отрицательным результатом эксперимента эфирного дрейфа (Ätherdriftexperimentes) (1881 и далее) *Альберта Михельсона* [Albert Michelson] (1852-1931) и *Эдварда Морлей* [Edward Mor-

ley] (1838-1923) вытеснила представление о некоем квазивещественном эфире, совершенно не вытесняя его вследствие этого из физики. (См. о развитии и значении теории эфиров в конце XIX и начале XX столетий Whittaker [1951-53].)

*Арнольд Зоммерфельд* [Arnold Sommerfeld] (1868-1951) дискутирует во втором томе своих лекций по теоретической физике [1944], § 15, о модели эфира, основанной на некоем квазиэластичном теле, которая восходит к исследованиям *James MacCullagh* (1809-1847) (см. также Klein [1926], S.231f. и 243). Зоммерфельд показывает, что уравнение движения этого тела принимает форму уравнения электродинамики Максвелла для пустого пространства.

*Фридрих Дустманн* [Friedrich Dustmann] [1991] показывает, что эта модель эфира во многих отношениях совпадает с тем, что Штайнер здесь и в других местах требовал от теории света. Сверх этого в основе этой квазиэластичной модели лежит особый антисимметричный тензор напряжений, который, увиденный геометрически, представляет линейный комплекс. Благодаря этому выявляется некий мост к теории гиперкомплексных чисел, о которых Штайнер говорит в ответе на вопрос 11 марта 1920 года (Штракош), (см. прежде всего также Gschwind [1991], особенно раздел 8.5, и [1986], S. 158-61).

Касался ли здесь косвенно Штайнер работ по механико-эластичной теории света и вспоминал ли о надлежащем распространении и дополнении таких теорий в его время, восстановить невозможно.

Всякий раз нужно иметь в виду, что его ссылки на преобразование или новое формулирование математико-физической теории эфира уже нельзя мыслить в рамках одного только материально-физического способа появления света (см. также ответы на вопросы 11 марта 1920 года [Блюмель], 31 марта 1920 и 15 января 1921 с соответствующими примечаниями). С этой точки зрения здесь и в последующем речь идёт не о критике *физических* основ частной теории относительности Эйнштейна, но о призыве надлежащим образом расширить точку зрения физики через методы и понятия антропософской духовной науки (см. также доклад от 6 января в GA 326).

Аналогично звучащие высказывания Штайнера относительно упругих обратных колебаний света обнаруживаются в докладе от 6 декабря 1919 (GA 194), на конференции учителей 25 сентября 1919 (GA 300a) и в докладе от 16 февраля 1924 (GA 235). – Подобные высказывания о поведении физической энергии находятся в ответе на вопрос 12 ноября 1917 (GA 73, S. 157ff.).

- 27 *Альберт Эйнштейн* [Albert Einstein] (1879-1955), физик в Цюрихе, Берлине и в Принстоне; основоположник специальной теории относительности и всеобщей теории гравитации.

Единственное место, где Штайнер в своём письменном произведении высказывается о специальной теории относительности, находится в *Загадках философии* (GA 18, S. 590-93). Это место для оценки всех мыслей Штайнера, изложенных в докладах и в ответах на вопросы по теории относительности приобретает основополагающее значение. Чтобы отчётливо представить основную точку зрения Штайнера в отношении теории относительности, её следует здесь полностью процитировать:

„Через изменение основополагающих физических понятий новому мыслительному направлению был дан толчок, который испытал *Эйнштейн* (1879-1955). Этот опыт является значительным и для развития мировоззрения. Физика до сих пор прослеживала данные ей явления так, что мыслила их расположенными в пустом трёхмерном пространстве и протекающими в одномерном времени. При этом пространство и время были восприняты как-то вне вещей и процессов. До известной степени они были существующими для себя, жёсткими, неподвижными в себе величинами. Для вещей в пространстве измерялись расстояния, для процессов – продолжительность времени. Расстояние и продолжительность, по этому воззрению на пространство и время, не принадлежали вещам и процессам. Против этого теперь выступает теория относительности, введённая *Эйнштейном*. Для неё расстояние [между] двумя вещами есть нечто, принадлежащее самим этим вещам. Как вещь имеет обычные свойства, так она должна иметь и это расстояние, определённое какой-либо второй вещью. Вне этих отношений друг с другом, которые даются вещам через их бытие, нигде не существует чего-либо, подобного пространству. Допущение пространства делает возможной геометрию, придуманную ради этого пространства. Затем эту геометрию можно применять к миру вещей. Она осуществляется только в мыслительном мире. Вещи должны ей покоряться. Можно сказать, что законы, мысленно установленные *до* наблюдения вещей, должны следовать соотношениям мира. В смысле теории относительности эта геометрия развенчивается. Существуют только вещи и они между собой состоят в отношениях, которые представляются геометрически. Геометрия становится частью физики. Но в таком случае нельзя говорить о том, что её законы устанавливаются *до* наблюдения. Ни одна вещь не имеет какое-либо место в пространстве, но только расстояния в связи с другими вещами.

Подобное же принимается для времени. Ни один процесс не существует в некоторый момент; но он происходит в некотором временном удалении от другого процесса. Но временные удаления вещей в связи друг с другом и пространственные удаления текут, как аналогичные друг другу. Время становится четвёртым измерением, которое аналогично трёхмерному пространству. Процесс в одной вещи может определяться только тем, что происходит во временном и пространственном удалении от других процессов. Движение одной вещи становится чем-то, что можно представить только в связи с другими вещами.

Ждали, что только это воззрение доставит безупречные объяснения некоторых физических процессов, между тем как такие процессы при допущении одного обособленно существующего пространства и одного обособленно существующего времени ведут к противоречивым мыслям.

Если подумаешь, что для многих мыслителей до сих пор в качестве науки о природе ценилось только представленное математически, то в этой теории относительности нет ничего незначительного, кроме отмены всякой истинной науки о природе. Ибо научное математики было увидено именно в том, что она независимо от наблюдения природы смогла установить законы пространства и времени. В противоположность этому теперь сами вещи природы и природные процессы должны устанавливать пространст-

венные и временные отношения. Они должны предоставлять математическое. Единственно достоверное становится сомнительным.

По этому воззрению из отношения человека к природе исключается всякая мысль о действительном, которое само по себе даёт себе определение в бытии. Всё существует только в соотношении с другим.

Поскольку человек рассматривает себя внутри природных вещей и процессов, он не может избежать выводов этой теории относительности. – Но если он не хочет, когда необходимо переживание собственного существа, утратить себя в пустой относительности, как в душевном обмороке, то он должен впредь искать это «действительное в себе» не в области природы, а в возвышении над природой – в области духа.

От теории относительности для физического мира не уйдёшь, но именно благодаря этому будешь побуждаем к познанию духа. В этом процессе доказательства необходима духовопознания, которое ищут на духовных путях независимо от наблюдения природы, заключено значительное теории относительности. В том, что её надо так представлять, обнаруживается её ценность в пределах развития мировоззрения”.

См. по специфическим проблемам теории относительности, высказанным в ответе на вопрос: Unger [1967], глава VIII, и Gschwind [1986], а также данную там литературу. В последней книге особенно следует принять во внимание главы: «Проблема одновременности», «К вопросу о частной теории относительности» и «К феноменологии в учении о свете и об электричестве». (См. также дополнения к примечаниям в *Статьях в полном собрании трудов Рудольфа Штайнера*, Nr. 114/115, Дорнах 1995, S. 4f.)

Рудольф Штайнер неоднократно высказывался о теории относительности, причём для него, видимо, не имело значения отчётливое различение специальной теории относительности и общей теории гравитации (названную Эйнштейном также общей теорией относительности). В нижеследующем, без притязания на полноту, приведены доклады и ответы на вопросы (ОВ), в которых обсуждалась или упоминалась теория относительности (ТО).

<i>Доклад</i>	<i>Год</i>	<i>GA</i>	<i>Примечание</i>	<i>Ключевое слово</i>
27 ноября	1913	324a	ОВ	ТО, скорость
	1914	18		Эйнштейн, ТО, пространство, время
20 августа	1915	164		Скорость, Фламарион (люмен), Эйнштейн, Минковский, Планк, Пуанкаре
15 апреля	1916	65		Понятие эфира (Планк), сила тяжести
21 августа	1916	170		ТО, Эйнштейн, Лоренц
7 августа	1917	176		ТО, Эйнштейн
29 августа	1919	294		Сила тяжести, ТО, Эйнштейн
25 сентября	1919	300a		ТО, Эйнштейн, Лоренц
1 марта	1920	321		Эйнштейн, ТО, отклонение света
3 марта	1920	321		Эйнштейн, ТО, четвёртое измерение
7 марта	1920	324a	ОВ (Баравалль)	Скорость света, ТО, Эйнштейн, отклонение света

7 марта	1920	324a	ОВ (Герберг)	Уравнение массы-энергии, Эйнштейн
24 марта	1920	73a	Спец. выпуск 1950, 12-3	Эйнштейн, Лоренц, масса/энергия
27 марта	1920	73a	Спец. выпуск 1950, 45-51	ТО, эфир, скорость света, Эйнштейн, Ми, Нордстрём
31 марта	1920	324a	ОВ	Понятие эфира (Планк), ТО, невесомая материя
18 апреля	1920	201		Эйнштейн, ТО
24 апреля	1920	201		ТО, сила тяготения, Эйнштейн
1 мая	1920	201		ТО, меркуриальная теория
15 мая	1920	201		Эйнштейн, ТО, гравитация
22 сентября	1920	300a		Эйнштейн (упомянуто)
15 октября	1920	324a	ОВ	ТО, скорость, Эйнштейн
15 января	1921	324a	ОВ	ТО, Эйнштейн (упомянуто)
7 апреля	1921	76/324a	ОВ	ТО, логика (упомянуто)
12 апреля	1921	313		Эфир, Эйнштейн (упомянуто)
27 июня	1921	250 и сл.		
28 июня	1921	205		Эйнштейн, ТО
8 июля	1921	205		Эйнштейн, ТО, логика
7 августа	1921	206		Эйнштейн, ТО (упомянуто)
14 октября	1921	339		Эйнштейн, ТО (упомянуто)
15 октября	1921	207		ТО (упомянуто)
4 ноября	1921	208		Эйнштейн, ТО (упомянуто)
31 декабря	1921	209		Эйнштейн (упомянуто)
15 марта	1922	300b		Эйнштейн (упомянуто)
12 апреля	1922	82/324a	ОВ	ТО, Эйнштейн, абсолютности
27 декабря	1922	326		ТО, Ньютон (упомянуто)
2 января	1923	326		ТО (упомянуто)
28 июля	1923	228		ТО, Эйнштейн, свет
29 июля	1923	228		ТО, Эйнштейн, сила тяготения
29 июля	1923	291		ТО, Эйнштейн, сила тяготения
15 сентября	1923	291		ТО, Эйнштейн
16 ноября	1923	319	ОВ	ТО, качества
2 января	1924	316		ТО (упомянуто)
20 февраля	1924	352	ОВ	Эйнштейн, ТО
27 февраля	1924	352		Эйнштейн, ТО, Коперник, астрономия
1 марта	1924	235		ТО (упомянуто)
16 апреля	1924	309		ТО, Эйнштейн (упомянуто)
30 апреля	1924	300c		ТО
17 мая	1924	353		ТО (упомянуто), астрономия
20 июля	1924	310		ТО, Эйнштейн, звук
22 июля	1924	310		ТО (упомянуто)
19 августа	1924	311		ТО, Эйнштейн

28 Здесь становится ясно, что критика Рудольфом Штайнером рассуждений Эйнштейна касается не их чисто физической сути, но их переноса на обстоятельства и области жизни, которые сами уже нельзя причислять к физике в смысле науки неорганического.

29 По инициативе британского астронома и астрофизика *Артура Эддингтона* [Arthur Eddington] (1882-1944) проведено экспериментальное исследование прогноза Эйнштейна, что световые лучи находятся под влиянием гравита-

ционных полей (гравитационное отклонение). Проверка должна была происходить на основании изменения мест неподвижных звёзд недалеко от Солнца во время солнечного затмения. Две британские экспедиции (одна на западном побережье Африки, а другая в северной Бразилии) получили задание фотографировать солнечное окружение во время солнечного затмения 29 мая 1919 года и провести сравнение с известными местами звёзд. Результат был обнародован и возведён как триумф теории Эйнштейна. Отклонение от солнечного края, как и предсказывала теория Эйнштейна, составило примерно 1.75 угловых секунд. Тогда тотчас возникли сомнения, достаточна ли была точность найденных отклонений для полной гарантии теории Эйнштейна.

Возражение Штайнера, возможно, относится не к этим, относящимся к тогдашним вычислительным методам неопределёностям, (которые были пересмотрены благодаря более позднему возобновлению этих и других экспериментов), но к более принципиальной проблеме: можно ли посредством каких бы то ни было точных количественных экспериментальных подтверждений одной теоретической математической модели с достаточной уверенностью поручиться за её соответствие действительности или истине.

В своих замечаниях к естественнонаучным сочинениям Гёте (История учения о цвете, часть первая, раздел шестой: Личность Ньютона) Штайнер пишет по этой проблеме: «Математические суждения, как и все другие, являются результатами определённых предпосылок, которые необходимо принять. Только когда эти предпосылки правильно применяешь к опыту, тогда последний тоже должен соответствовать выводам. Но нельзя заключить противоположное. Факт опыта может вполне совпадать с математическими заключениями, к которым пришёл, но всё же в действительности могут существовать другие предпосылки, нежели их создаёт математическое исследование природы. Если, например, световые явления интерференции и дифракции соответствуют выводам волновой теории, то последняя в силу этого ещё не может быть признана абсолютно правильной. Это вообще ложная предпосылка, что гипотеза правильна тогда, когда из неё можно объяснить факты опыта. Те же действия могут также происходить по разным причинам, и необходимо *непосредственно* доказывать правомочие принятых предпосылок – не кружным путём через подтверждение путём результатов». (*Естественнонаучные сочинения Гёте*, изданные по редакции Рудольфа Штайнера, том 4, GA 1d, S.335.)

30 См. Эйнштейн, *Принцип относительности* [1911]:

„Вещи становятся самыми смешными, когда представляют себе приведённое ниже: этим часам придаётся очень большая скорость (почти равная  $c$ ) и в равномерном движении они летят вдаль, и затем, после того как они пролетели большой отрезок, им даётся импульс в противоположном направлении, так что они снова возвращаются к исходному месту. Тогда выявляется, что положение стрелки этих часов во время всего их путешествия почти не изменилось, между тем как часы точно с такими же свойствами, оставшиеся это время в исходном месте в спокойном состоянии, очень существенно изменили положение своих стрелок. Следует добавить, что то, что

имеет силу для этих часов, имеет силу и для замкнутой в себе физической системы какого-либо другого свойства. Если, например, мы поместим живой организм в коробку и приведём её в то же непрерывное движение, как до этого часы, то достигнем того, что этот организм после одного такого длительного перелёта снова вернётся на своё первоначальное место, очень мало изменившись, в то время как организмы, имеющие абсолютно те же свойства, которые остались покоиться на первоначальных местах, уже давно уступят место новым поколениям. Для передвигавшегося организма долгое время путешествия было лишь мгновением в том случае, если движение происходило приблизительно со скоростью света! Это неопровержимая последовательность лежащих в основе нас принципов, которую нам навязывает опыт. [...]

Из важных физических выводов теории относительности необходимо упомянуть следующий. Только что мы видели, что по теории относительности передвигающиеся часы идут медленнее, чем те же часы в покоящемся состоянии. Вероятно, это можно было бы принять окончательно за исключением того, что мы будем это проверять посредством эксперимента с карманными часами, потому что скорости, которые мы можем придавать таким часам, исчезающе малы по сравнению со скоростью света. Но природа предлагает нам объекты, которые вполне имеют свойство часов и могут чрезвычайно быстро передвигаться. Это атомы, которые излучают спектральные линии и которым мы можем сообщить посредством электрического поля скорости, достигающие многих тысяч километров (каналовые лучи). По теории следует ожидать, что частоты колебаний этих атомов точно таким же образом находятся под влиянием их движения, как это должно иметь место для передвигающихся часов”.

Здесь ясно показывается, что Эйнштейн свои теории, покоящиеся прежде всего на чисто физических рассуждениях, без дальнейших размышлений распространяет и на объекты, уже не принадлежащие одной только физике. Этим он неявно утверждает, что всеобъемлющая теория относительности не является только физической системой в узком смысле, но что в её основе лежит космос в его цельности. В этом мало дифференцированном способе рассмотрения в первую очередь заключена причина жёстких упреков Штайнера в отношении абстрактности и чуждости фактам, присущим мышлению Эйнштейна.

То, что Эйнштейн на самом деле не видел никакой существенной разницы между различными областями действительности, показывает ниже следующее воспоминание современного физика и ревностного популяризатора теории Эйнштейна *Рудольфа Лэмеля* (1879-1971) в его книге *Основы теории относительности* [1921]: «Как самый поразительный результат новых представлений [теории относительности] в общем рассматривается следующее: движущиеся длины (*bewegte Längen*) для покоящегося наблюдателя являются более короткими, чем для наблюдателя участвующего в движении. Точно так же для <покоящегося> наблюдателя течение времени представляется длиннее, чем для наблюдателя, передвигающегося вместе с часами [...]. Если сегодня мы отправляем с Земли экспедицию, которая уносится в мировое пространство со скоростью, равной половине скорости света, то вслед за этим должно наступить следующее: если после

одиннадцати с половиной лет отсутствия экспедиция возвращается (с такой же скоростью), то участники констатируют, что они были в пути *ровно десять лет!* [...] Следовательно, уже *вообще* нельзя ответить на вопросы: <какова длина этого расстояния> и <какова продолжительность этого времени>, – но только относительно определённых наблюдателей, то есть *относительно*. И это познание не является просто философским примечанием, но расчётной установленной связью.

В своих докладах в Цюрихе [в *физическом обществе* и в *обществе исследователей природы*] Эйнштейн опирался на вышеприведённый пример длительности путешествия; он заключил, что вследствие этого путешественники при известных условиях снова попали бы к своим прежним современникам, ставшим стариками, между тем как они сами могли находиться в пути лишь немного лет. Автор ему возражал. Вывод сделан для масштабов и часов, но не для живых существ. Но Эйнштейн ответил: Все процессы в крови, в нервах и так далее являются в конце концов периодическими колебаниями, то есть движениями. А для каждого движения имеет силу принцип относительности; таким образом, вывод допустим вследствие несравненно быстрого старения! ...» (S. 84f.)

По дебатам о теории относительности в первые десятилетия XX столетия см. основные исследования Хенчеля (Hentschel) [1990].

- 31 Здесь речь идёт о проблеме, позже известной под названием «парадокс часов» или «парадокс близнецов». См. также параллельные места в ответе на вопрос от 15 октября 1920 года.
- 32 См. также примечание 26 по теории эфира.
- 33 См. также подробное изложение в докладе от 20 августа 1915 года (GA 164). – Если уравнение  $s = c \cdot t$  интерпретируется как уравнение, не зависящее от выбора единиц, то неизбежно, что  $t$  имеет другое измерение, нежели  $s$  и  $c$ ; во всяком случае  $t$  не является непременно безразмерным. Штайнер это тоже не имел в виду, ибо это не выявило бы никакого смысла в рамках исчисления размерностей физики. У Штайнера речь идёт не о корректировке вычисления размерности, а о проблеме *реальности* возникающих в физике операндов и вычислительных действий. В этом смысле величина  $t$  не приходит к реальности, хотя она включается в формулы с неизбежностью с определённой размерностью. «Время»  $t$  является не безразмерным фактором, а не вещественным фактором, отвлечённым, *невещественным числом*.
- 34 О скорости как реальности см. следующие параллельные места: Ответы на вопросы от 27 ноября 1913; доклады от 20 августа 1915 (GA 164), 6 декабря 1919 (GA 194), 27 декабря 1919 и 2 января 1920 (GA 320), ответы на вопросы от 15 октября 1920, доклад от 6 января 1923 (GA 326).
- 35 См. также Рудольф Штайнер *Предисловие к естественнонаучным сочинениям Гёте* (GA 1), глава XVI.2, «Прафеномены».
- 36 Здесь подразумевается незащищённое движение в воздухе (а не в самолёте или в podobных спутниках). См. также параллельные места в докладах от 7 августа 1917 (GA 176), 25 сентября 1919 (GA 300a), 27 июня 1921 (GA

250f), 28 июня 1921 (GA 205), 30 апреля 1924 (GA 300с), 20 июля 1924 (GA 310).

*Штутгарт, 7 марта 1920*

Ответы на вопросы во время цикла докладов «Духовно-научные импульсы к развитию физики. Второй естественнонаучный курс», GA 321. Вопросы Георга Херберга.

37 Дату этого ответа на вопросы невозможно точно установить при помощи существующих в архиве Управления наследием Рудольфа Штайнера документов. Дата 13 марта 1920, предлагаемая Гансом Шмидтом [Hans Schmidt], (*Лекционный труд Рудольфа Штайнера*, Дорнах 1978, 2 расширенное издание, S. 319) является неправдоподобной, ибо ни в докладе Рудольфа Штайнера от 13 марта 1920 (GA 321), ни в ответах на вопросы после доклада Евгена Колиско [Eugen Kolisko] «О просторе гипотез химии», состоявшегося в тот же день, не было и речи о теории относительности. Есть основание датировать настоящий ответ на вопрос седьмым марта, присоединяя его к ответу на вопросы после доклада Германа фон Бараваллы «О теории относительности» от 7 марта 1920 года.

38 В конспекте постановки вопроса вместо «излучение» стоит слово «кручение», что в этой связи не даёт реконструируемого смысла.

39 Здесь речь идёт о феноменах электропроводности в разрежённых газах, чаще всего кратко характеризующихся как *газовый разряд*. В частности здесь речь идёт о *катодных лучах*, то есть о потоке направленно летящих электронов, которые индуцируются благодаря приложенному между анодом и катодом вакуумной трубки напряжению. Высказывания Штайнера совпадают со стандартными рассуждениями физиков.

Кинетическая энергия, переданная отдельным электронам (с зарядом  $e$ ) электронного потока через электрическое поле с напряжением  $U$ ,

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU$$

в связи с газовыми разрядами играет решающую роль при всех расчётах. Кроме того, сила  $K$  отклонения заряда  $e$  в магнитном поле  $B$  зависит от скорости  $v$  (сила Лоренца):

$$K = evB.$$

О газовом разряде см. также доклад от 2 января 1920 (GA 320).

40 Формула Эйнштейна  $E = mc^2$  устанавливает пропорциональность энергии и носителя массы. Она часто характеризуется как самый важный результат частной теории относительности. Как для других физических формул, так и для формулы  $E = mc^2$  нет никакого истинного доказательства, по крайней мере определённых пояснений (см. ниже). Соответственно этому эта формула кладётся в основу релятивистской физики в духе *постулата*.

По Эйнштейну [1917], § 15, тело с массой покоя  $m$ , движущееся со скоростью  $v$ , имеет кинетическую энергию ( $c$  = скорости света)

$$E_{kin} = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Если релятивистское выражение  $E_{kin}$  для кинетической энергии разлагают в ряд, то получается

$$E_{kin} = mc^2 + \frac{1}{2}mv^2 - \frac{3}{8}\frac{mv^4}{c^2} + \dots$$

Если  $v \ll c$ , то в нерелятивистском пограничном случае  $v/c \rightarrow 0$  остаётся выражение  $mc^2 + \frac{1}{2}mv^2$ . Энергия покоя  $mc^2$  должна быть, таким образом, причислена к обычной кинетической энергии  $\frac{1}{2}mv^2$ , когда из релятивистской механики нерелятивистская механика выявляется как предельный случай  $v/c \rightarrow 0$ . В нерелятивистской механике ничего не изменяется благодаря тому, что  $mc^2$  является неизменяемой константой, которая влияет лишь исключительно на условно установленную нулевую точку энергетической шкалы.

- 41 В этом месте в конспекте стоит „...масса и энергия были бы только маскировкой старой формулы

p.g.Energie”.

Смысл этой формулы, если она правильно передана, уже не восстановим. Вероятно здесь подразумевается формула для потенциальной энергии  $U$  тела с массой  $m$  в гравитационном поле:

$$U = mgz,$$

где  $g$  обозначает постоянную гравитации и  $z$  – координату по оси  $z$ . На самом деле из рассуждений, приведённых в примечании 40, выявляется, что  $E = mc^2$  играет роль некоего рода потенциальной энергии (энергии покоя), которая однако не имеет значения для вычислений нерелятивистской механики.

- 42 Если  $p$  принимается в качестве силы в смысле *возможности*, то формула

$$A = p \cdot s$$

является выражением работы  $A$  неизменяемой силы  $p$  вдоль пути  $s$ .

*Штутгарт, 11 марта 1920*

Ответы на вопросы во время цикла докладов «Духовно-научные импульсы к развитию физики. Второй естественнонаучный курс», GA 321. Вопросы Эрнста Блюмеля в соответствии с его докладом «О мнимом и о понятии бесконечного и невозможного» от 11 марта 1920 года.

- Эрнст Блюмель [Ernst Blümel] (1884-1952), учитель математики в профессиональной школе в Гётеануме в Дорнахе и в первой вальдорфской школе в Штутгарте. – Конспект доклада Блюмеля до сих пор не обнаружен.
- 43 Вопрос господина Мюллера: Эрнст Мюллер [Ernst Müller] (1880-1954), математик, писатель, учёный в области древнееврейского и каббалы, прочитал доклад «Методы математики» 8 марта 1920 года в Штутгарте. – До сих пор не обнаружены ни конспект доклада Мюллера, ни конспект ответа Штайнера на вопрос.
- 44 О метаморфозе трубчатой кости в головную кость см. также доклады от 1 сентября 1919 (GA 293) и 10 апреля 1920 (GA 201), а также от 1, 10, 11, 15 и 17 января 1921 (GA 323).
- 45 О реальности мнимых чисел см. также доклады от 12 марта 1920 (GA 321) и 18 января 1921 (GA 323).
- 46 Рудольф Штайнер, *Духовно-научные импульсы к развитию физики. Второй естественнонаучный курс; теплота на границе положительной и отрицательной материальности* (GA 321). В частности см. доклады от 10 и 11 марта 1920.
- 47 К следующему см. доклады от 12 и 14 марта 1920 (GA 321). – Собранный материал для опыта по изгибу спектра с помощью сильного магнита находится в *Статьях в Полном собрании трудов Рудольфа Штайнера*, тетрадь 95/96, 1987.
- 48 *Вариант текста*: «... красный выходит в расположение».
- 49 См. также высказывания об эфире и антипространстве в докладах от 8, 15 и 18 января 1921 (GA 323), а также ответы на вопросы от 7 апреля 1921 (GA 76), доклады от 8 и 9 апреля 1922 (GA 82) и ответы на вопросы от 12 апреля 1922 (GA 82).
- 50 О подобном личном переживании во время лекции в университете в Вене Рудольф Штайнер сообщает в докладе от 11 мая 1917 (GA 174b). Лео Кёнигсбергер [Leo Königsberger] (1837-1921), известный в то время математик, по сообщению Штайнера отвергал гиперкомплексные числа, так как они приводят к делителю нуля (см. также примечание 59). – Как комплексные числа лишь постепенно смогли добиться признания, так и сверхмнимые или гиперкомплексные числа математиками признаются нерешительно. Polemika, на которую намекает Штайнер, среди прочего имеет свою подоснову и в противоречии между представителями кватернионного исчисления, восходящего к Уильяму Роуану Гамильтону [William Rowan Hamilton] (1805-1865), и векторного анализа, как его развили Оливер Хэвисайд [Oliver Heaviside] (1850-1925) и Джозайя Гиббс [Josiah Gibbs] (1839-1903). Вследствие последовавшего с развитием векторного анализа прогресса в теоретической физике, прежде всего физика получила преимущество в области применения. Однако, примерно в то же время в ходе совершенствования абстрактной алгебры, были также развиты и классифицированы различные системы гиперкомплексных чисел.

В дополнение к упомянутому рассмотрению см. Шоутен [1914], предисловие, а также Crowe [1967]; по истории открытия и разработки гиперкомплексных чисел см. Van der Waerden [1985] и по математике гиперкомплексных чисел Ebbinghaus et al. [1988], Teil B. В современной теоретической физике эти и другие обобщённые системы чисел находят разнообразное применение (см. к этому Gschwind [1991] и указанную там литературу).

- 51 Рудольф Штайнер после своего доклада от 11 мая 1917 (GA 174b) обратил внимание на проблему делителей нуля в лекции *Лео Кёнигсбергера* (1837-1921). *Делители нуля* являются обобщёнными числами, для которых произведение даёт нуль, хотя сомножители и не являются нулём. Кёнигсберг упоминает эту проблему в первой из своих *лекций по теории эллиптических функций* [1874], с. 10-12, и пишет там насчёт существования гиперкомплексных чисел: «Если же величины такого рода нужно вводить в чистую арифметику, то исчисление с ними по правилам вычисления, установленным для уже изложенных чисел, должно – благодаря тому, что мы придерживаемся законности общих правил вычисления для всех арифметических величин в качестве условия, которое должно выполняться с необходимостью, – привести к результатам, которые не противоречат началам арифметики, найденным для действительных и комплексных мнимых чисел, и таким образом, два числа того же рода, перемноженных друг с другом по правилам многочленных выражений, тоже должны давать число того же рода, которое не может исчезнуть, если один из сомножителей не становится нулём».

В дальнейшем конкретно показывается, что произведение двух таких гиперкомплексных чисел на самом деле может исчезнуть, хотя и не существует ни одного нулевого сомножителя, «что противоречит, однако, существующему для действительных чисел основному правилу, что произведение только тогда принимает значение нуля, когда исчезает один из сомножителей».

Позже Штайнер поддерживает снабжённое персональным посвящением сочинение Оскара Симони «О двух универсальных обобщениях основных алгебраических операций» [1885]. Симони обсуждает проблему существования делителей нуля сразу же в начале этого сочинения, посвящённого конкретным конструкциям двух систем гиперкомплексных чисел, одна из которых содержит делитель нуля [1885], § 8. (См. также дополнение к данному примечанию в *статьях к полному собранию трудов Рудольфа Штайнера*, № 114/115, Дорнах 1995, с. 5).

Книга Шоутена [1914], преподнесённая автором Штайнеру с личным посвящением, тоже содержит введение в гиперкомплексную систему чисел (названную здесь ассоциативной системой); делители нуля упоминаются на с. 15.

- 52 См. к этому исследования Gschwind [1991] и указанную там общеобразовательную литературу.
- 53 В машинописной рукописи в этом месте стоит «Rotations-Parallelepoden», выражение неизвестное в математике. Вероятно, речь идёт либо о слуховой ошибке, либо об ошибке при передаче информации. То, что речь может идти о выражении «параллелепипед» (Parallellflächner, Parallelepiped), из

контекста является скорее неправдоподобным. Во всех содержащихся в архиве конспектах выражение «Parallelepoden» перечёркнуто и от руки заменено выражением «Paraboloide» (параболоиды).

Параболоиды вращения являются поверхностями, которые возникают через вращение параболы вокруг своей оси симметрии. При такой интерпретации выявляется проблема приведения такой поверхности в связь с вращающимся конусом. Не входя более детально в эту проблему, Gschwind [1991] из добрых оснований опёрся на эту версию и исходя из этого сделал важные и плодотворные выводы. В частности удалось установить связь таких поверхностных форм с гиперкомплексными числами. (См. также подробное дополнение к этому примечанию в *статьях к полному собранию трудов Рудольфа Штайнера*, № 114/115, Дорнах 1995, с. 5-7).

- 54 Вероятно Рудольф Штайнер касается здесь проблемы осуществимости уравнения  $a^2 + b^2 = c^2$  через целые числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , относящейся к теории чисел. Такие числа называют *пифагорейской тройкой*. Алгоритмические методы нахождения всех решений этого уравнения, то есть всех возможных пифагорейских троек, были известны уже со времён античности.
- 55 Требование Рудольфа Штайнера в отношении независимого от геометрии обоснования арифметики и алгебры рассматривалось уже в конце XIX столетия. Тенденция к арифметизированию математики порой идёт так далеко, что грозит вытеснить геометрию. Строгое обоснование анализа и алгебры (включая теорию чисел) независимо от геометрии принадлежит к важнейшим математическим достижениям начала XX столетия. Сначала это было чисто внутриматематическим вопросом и так продолжалось ещё некоторый период, пока это развитие не вошло также в учебники и в математическую дидактику.
- 56 *Карл Фридрих Гаусс* [Carl Friedrich Gauß] (1777-1855), математик в Гёттингене. Для Гаусса отрицательные числа относительно положительных чисел были объяснимы в смысле противоположности. Свои общие воззрения об этом он развил в *Theoria residuorum biquadraticorum* [1831]. Там на с. 175 и далее говорится: „Положительные и отрицательные числа могут находить применение только там, где за противоположность принимается то, что одновременно мысленно следует уравнивать с уничтожением. При точном рассмотрении это предположение имеет место только там, где во внимание принимались не субстанции (мыслимых для себя объектов), а отношения между каждым из двух объектов. При этом постулируется, что эти объекты определённым образом расположены в один ряд, например  $A, B, C, D, \dots$ , и что отношение  $A$  к  $B$  может рассматриваться так же, как и отношение  $B$  к  $C$  и так далее. Здесь к понятию противоположного не относится ничего больше, кроме *замены* членов отношений, так что если отношение (или переход)  $A$  к  $B$  действительно как  $+1$ , отношение  $B$  к  $A$  должно быть представлено через  $-1$ . Итак, поскольку такой ряд неограничен по обе стороны, каждое вещественное целое число представляет собой отношение любого выбранного в качестве начала члена к определённому члену ряда”. – См. также дискуссию у Коволя (Kowol) [1990], с. 88 и далее.

- 57 *Евгений Дюринг* [Eugen Dühring] (1833-1921), философ и писатель по национальной экономике. См. в частности, написанную им совместно со своим сыном Ульрихом [1884] книгу Е. и У. Дюрингов. Там находится также острая критика гауссова определения отрицательного. В частности как исключительно важный вводится аспект отрицательного в качестве незаконченного вычитания, из чего уже и получается та противоположность. Так говорится [1884], с. 16: «Но это обособленно отрицательное получает своё решающее свойство в том, что это отрицательное проистекает из связности вычисления, в которой вычитание не может быть осуществлено, и, кроме того, указывает на такую, в которой вычитание осуществимо. Эти обе связности вычисления или, если хотите, обе эти части общей связности вычислений должны быть точно различимы». – См. для сравнения точек зрения Гаусса и Дюринга об отрицательном Коволя [1990], с. 88 и далее.
- 58 О точке зрения Дюринга на мнимое см. Е. и У. Дюринг [1884], главы 2, 3, 4 и 13. Обсуждение этих изложений в связи с другими математическими выражениями находится у Коволя [1990], с. 118 и следующая и 122 и следующая.
- 59 См. Е. и У. Дюринг [1884], главы 4, 12, 14, 15.

*Штутгарт, 11 марта 1920*

Ответы на вопросы во время цикла докладов «Духовно-научные импульсы к развитию физики. Второй естественнонаучный курс» (GA 321). Вопросы Александра Штракоша после его доклада «О математических образах в качестве промежуточного члена между прообразом и отображением» от 11 марта 1920 года в Штутгарте.

*Александр Штракош* [Alexander Strakosch] (1879-1958), инженер железнодорожного транспорта, учитель в первой вальдорфской школе в Штутгарте. – Конспект его доклада до сих пор не обнаружен.

- 60 К вопросу об отношении прообраза и отображения в контексте математики см. также статью Рудольфа Штайнера «Математика и оккультизм» в *Философии и антропософии* (GA 35).
- 61 Доклад от 5 марта 1920 года (GA 321). О созидании геометрически-математического воззрения из волевой природы человека см. также доклады от 3 января 1920 (GA 320), 29 сентября 1920 (GA 322), 16 марта 1921 (GA 324), 26 декабря 1922 (GA 326).
- 62 О текуче-подвижной геометрии см. также доклад от 20 января 1914 (GA 151).
- 63 О связи планов или регионов духовного мира с высшими измерениями см. также доклады от 17 мая и 7 июня 1905 года, а также ответы на вопросы от 7 апреля 1921 (GA 76) и 12 апреля 1922 (GA 82) и доклады от 19, 20, 22 и 26 августа 1923 (GA 227).

*Эрнст Блюмель* [Ernst Blümel] (1884-1952), математик и учитель. См. Ренатус Циглер, *Заметки к биографии математика и учителя Эрнста Блюмеля*.

Дорнах 1995. (Рабочие тетради математико-астрономической секции в Гётеануме, малая серия, тетрадь 1).

*Дорнах, 30 марта 1920*

Ответы на вопросы после доклада Евгения Колиско «Антропософия и химия» во время конференции высшей школы «Антропософия и специальные науки» с 21 марта по 7 апреля 1920 года в Гётеануме в Дорнахе.

*Евгений Колиско* [Eugen Kolisko] (1893-1939), врач, учитель в первой вальдорфской школе в Штутгарте. – Конспект доклада Колиско до сих пор не обнаружен. См. также короткое сообщение конференции в журнале *Трёхчленность социального организма*, первый выпуск 1919/1920, № 45.

64 *Гёте, К учению о цвете* [1810], а также *Опыт как посредник объекта и субъекта* [1823]. См. также Рудольф Штайнер, *Введение к естественнонаучным сочинениям Гёте* (GA 1), глава X и XVI, *Основные черты теории познания мировоззрения Гёте* (GA 2), глава 15, *Мировоззрение Гёте* (GA 6), глава «Явления мира красок».

65 Открытие неевклидовой геометрии показало, что евклидова геометрия не является единственной мыслимо возможной геометрией. Вследствие этого возник вопрос, какой род геометрии относится к эмпирическому пространству, к проблеме познания естествознания. – См. о значении открытия неевклидовой геометрии также доклады от 26 августа 1910 (GA 125), 20 октября 1910 (GA 60), 3 января 1920 (GA 320), 27 марта 1920 (GA 73a), 1 и 7 января 1921 (GA 323), 5 апреля 1921 (GA 76).

Об историческом осознании значения открытия неевклидовой геометрии см. Циглер (Ziegler) [1987], об истории её открытия см. также Бонола/Либманн [1919], Клейн [1926], глава 4, и Рейхард [1976]. Об отношении аксиомы, прафеномена и опыта, см. Циглер [1992], главы VII и VIII.

66 В *эллиптической геометрии* в смысле геометрии Римана (Риман [1867]) кривизна метрики больше единицы и сумма углов треугольника всегда больше  $180^\circ$ . В *гиперболической геометрии* кривизна метрики меньше единицы и сумма углов треугольника всегда меньше  $180^\circ$ .

Связь пространств или многообразий постоянной кривизны с неевклидовой геометрией открыли *Эугенио Бельтрами* [Eugenio Beltrami] (1835-1900) и *Бернард Риман* [Bernhard Riemann] (1826-1866). В противоположность евклидовой геометрии (теорема Пифагора) метрика такого пространства определена функцией координат, которая в целом уже не является суммой квадратов. См. об этом *Клейн* [Klein] [1927], глава 3С, и *Шольц* [Scholz] [1980], глава III.

67 См. Симони (Simony) [1881b], § 5, [1883] и [1886].

*Дорнах, 31 марта 1920*

Ответы на вопросы после доклада Карла Штокмайера «Антропософия и физика» во время конференции высшей школы «Антропософия и специальные науки» с 21 марта по 7 апреля 1920 года в Гётеануме в Дорнахе.

*Эрнст Август Карл Штокмайер* [Ernst August Karl Stockmeyer] (1886-1963), учитель в первой вальдорфской школе в Штутгарте. – Конспект доклада Штокмайера до сих пор не обнаружен. См. также короткое сообщение конференции в журнале *Трёхлентность социального организма*, первый выпуск 1919/1920, № 45.

- 68 См. ответы на вопросы от 30 марта 1920 года и доклады от 27 марта 1920 (GA 73a) и 3 января 1920 (GA 320).
- 69 По-видимому здесь ссылка на многократно упомянутого Штайнером *Бернарда Римана* (1826-1866). См. об этом примечание 1 о Бояйе, Гауссе и Римане к докладу от 24 марта 1905 года.
- 70 См. об этом начало ответов на вопросы от 11 марта 1920 (вопрос Е. Блюмеля) и соответствующее примечание.
- 71 См. об этом ответы на вопросы от 30 марта 1920 года.
- 72 Гёте, *К учению о цвете* [1810], «Предисловие». Там сразу же вначале говорится:

„Не следует ли прежде всего упоминать свет, когда должны говорить о цвете, – это совершенно естественный вопрос, на который мы однако отвечаем коротко и прямо: кажется бессмысленным повторять сказанное или умножать неоднократно повторенное, так как до сих пор уже так много и разнообразно говорилось о свете.

Ибо в действительности мы тщетно предпринимаем попытку выразить сущность вещи. Мы обнаруживаем воздействия, и полная история этих воздействий, пожалуй, в крайнем случае охватывает сущность той вещи. Тщетно мы стараемся описать характер человека; напротив, следует сопоставить его поступки, его деяния, и пред нами выступит образ характера.

Цвета являются деяниями света, деяниями и страданиями. В этом смысле мы можем ждать открытий по поводу света. Хотя цвет и свет состоят между собой в самых точных отношениях, но мы должны и тот и другой представлять себе принадлежащими всей природе; ибо она есть то целое, которое благодаря этому хочет открыться особенно чувству зрения”.

- 73 Здесь и в нижеследующем в машинописном переложении стенограммы стоит «импульс инерции» (Beharrungstrieb). Но по смыслу необходимо говорить «импульс овладения» или «импульс познания».
- 74 См. об этом ответы на вопросы от 30 марта 1920 года, а также доклад от 30 марта 1920 (GA 312).
- 75 Гёте, *Учение о цвете* [1810], шестая часть: «Чувственно-моральное воздействие цвета», § 758-920.
- 76 *Макс Планк* [Max Planck] (1858-1947), физик-теоретик в Мюнхене, Киле и Берлине. – Гипотеза квазиматериального эфира как медиума для процессов света и электрических феноменов по своей сути восходит к *Исааку Ньютону* [Isaac Newton] (1642-1727) и *Рене Декарту* [René Descartes] (1596-1650). Этот род качественного эфира должен был объяснять функции и процессы, детальный механизм которых ещё не просматривали. Отличительное свойство гипотезы эфира XIX столетия – это её способность поддаваться количественной оценке и вместе с тем возможность конкретного

включения (Einbindung) в математические теории физических феноменов. – См. об этом также начало ответов на вопросы от 7 марта 1920 года и соответствующие примечания.

Формулировка Планка, данная Штайнером, дословно не обнаружена. Однако Планк подчёркивает в [1910]: «По крайней мере, я надеюсь не встретить серьёзного возражения в физических кругах, когда я, обобщая, говорю, что гипотеза точной законности простых дифференциальных уравнений Максвелла-Герца для электродинамических процессов в чистом эфире исключает возможность её механического объяснения» (с. 37). И далее ниже говорится: «Точно так же, вероятно, по праву можно утверждать, что первый шаг к открытию *принципа относительности* [Эйнштейна] совпадает с вопросом: Какие связи должны существовать между природными силами, если невозможно в световом эфире обнаружить какие-либо вещественные свойства? Если световые волны, вообще не связанные с материальным носителем, распространяются сквозь пространство? Разумеется, в таком случае скорость подвижного тела относительно светового эфира совсем не поддаётся определению, не то чтобы быть измеренной.

Мне не стоит и подчёркивать, что с этим воззрением совершенно несовместимо механическое созерцание природы. Поэтому тот, кто механическое созерцание природы рассматривает как постулат физического способа мышления, никогда не освоится с теорией относительности. Но кто судит свободнее, прежде всего спросит о том, куда нас ведёт этот принцип» (с. 39).

- 77 См. об этом ответы на вопросы от 7 марта 1920 и соответствующие примечания.
- 78 См. об этом и нижеследующем ответы на вопросы от 11 марта 1920 (Блюмель) и 15 января 1921 с соответствующими примечаниями.
- 79 Некоторые указания по поводу спора о понятии отрицательных чисел находятся в конце ответов на вопросы от 11 марта 1920 (Блюмель). См. об этом Коволь [1990], глава IV.B.

*Дорнах, 15 октября 1920*

Ответы на вопросы по поводу «беседы о духовной науке» во время «Антропософского курса высшей школы» с 26 сентября по 16 октября 1920 года в Гётеануме в Дорнахе.

Вступительные доклады Рудольфа Штайнера к «Антропософскому курсу высшей школы» с 27 сентября по 3 октября 1920 года о *границах естественного познания* опубликованы в GA 322. Многие доклады других участников появились в печатной форме в *Aenigmatisches aus Kunst und Wissenschaft* (Загадочное из искусства и науки) (антропософский высший курс свободной высшей школы духовной науки, Гётеанум в Дорнахе с 26 сентября по 16 октября 1920, том I и II), Штутгарт, издательство Грядущий день 1922 (Гётеанум, библиотека), а также в *Культуре и воспитании* (курс антропософской высшей школы свободной высшей школы духовной науки, Гётеанум в Дорнахе с 26 сентября по 16 октября 1920, том III), Штутгарт, издательство Грядущий день 1921 (Гётеанум, библиотека). – См. об этом сообщение «Антропософского курса высшей школы» с

подробной программой в журнале *Трёхчленность социального организма*, 2 января 1920/1921, № 9. Рассказы об этой конференции Александра Штракоша и Гюнтера Ваксмута находятся в том же журнале в №№ 15, 16 и 18.

80 Планетная система по *Клавдию Птолемею* [Claudius Ptolemäus] (около 100-170) по своей структуре является классически-геоцентрической с покоящейся Землёй в центре. В частности Птолемей в своём главном произведении *Almagest* для точного разъяснения планетных движений принимает сложное строение включённых друг в друга кругов (см. об этом Птолемея [1962]; Ziegler [1976]; Teichmann [1983], глава 3.2; Van der Waender [1988], глава XIX). С точки зрения создания планетных орбит посредством комбинированных круговых движений при переходе от геоцентрической системы Птолемея к гелиоцентрической системе Коперника решительно ничего не изменится, кроме того что «переставлены» друг с другом только Солнце и Земля, что соответствует простой геометрической трансформации. В дальнейшем как Птолемей, так и Коперник по существу аргументировали кинематически (Штайнер сказал бы «форономически»), то есть, не учитывая соотношения сил. (См. об этом Vreede [1980], «О системе Коперника», с. 349-359; Teichmann [1983], глава 3; Neugebauer [1983], раздел 40).

*Николай Коперник* [Nikolaus Kopernikus] (1473-1543) в своём главном произведении *De revolutionibus orbium coelestium* от 1543 в первой книге, глава 11, расчленяет движение Земли на три компоненты (см. Коперник [1879], с. 28 и далее или [1990], с. 139 и далее). *Первое* движение – это ежедневное обращение Земли вокруг своей оси, *второе* движение – это движение Земли по эксцентрической орбите вокруг Солнца, и *третье* движение – это «движение по отклонению». В формулировании Коперника это выглядит так:

„Итак, поскольку многие и такие веские свидетельства, заимствованные из планет, говорят в пользу подвижности Земли, то мы хотим как раз теперь это движение представить в целом, так как через само движение равно, как и в гипотезе, обнаруживаются явления. Вообще само движение должно рассматриваться как троекратное. Первое, о котором мы сказали, что греки его называют Nychthemeron [суточное], является собственным круговым процессом дня и ночи, происходящим вокруг земной оси с запада на восток (как и полагали до сих пор, что вселенная движется в противоположном направлении) и круговой процесс которой описывает круг равных ночей (экватор). Некоторые называют его в подражание грекам кругом равных дней, у которых это называется Isemerinos [каждый день одинаковый]. Второе является годовым движением центральной точки [Земли] вместе с относящимся к ней (mit dem sich auf denselben Beziehenden), которое, как сказано, пробегает зодиак вокруг Солнца тоже с запада на восток, то есть слева направо, между Венерой и Марсом. Происходит таким образом, что, как мы сказали, кажется, будто само Солнце, пробегает зодиак в аналогичном движении, как если центр Земли проходит, например, через Козерог, Водолей и так далее, Солнце же, кажется, проходит через Рак, Лев и так далее. – Необходимо представить себе, что экватор и ось Земли по отношению к плоскости круга, который проходит через центр знаков зодиака,

имеют переменное склонение. Так как, если бы это склонение не было переменным и просто происходило движение центра [Земли], не появилось бы никакого неравенства дня и ночи, но всегда имели бы место либо солнцестояние [летнее солнцестояние], либо самый короткий день, либо равноденствие; либо лето, либо зима – или что обычно имеет место для одного и того же времени года. Итак, следует третье движение склонения, тоже в годовом круговом процессе, но попятное, то есть противоположное движению центра [Земли]. И таким образом, благодаря обоим, почти равным друг другу и противоположным движениям происходит так, что ось Земли, а следовательно и экватор, остаются направленными почти к той же области неба так, как если бы они были неподвижными, между тем Солнце из-за движения, которым отодвигается центр Земли, казалось бы движущимся по кривизне зодиака; то есть не имели бы ничего другого, кроме того, будто этот центр Земли является центром вселенной, поскольку только помнили бы, что видимое с Земли расстояние Солнца до сферы неподвижных звёзд уже превысило возможности нашего восприятия”. (Коперник [1897], с. 28 и след.).

У Рудольфа Штайнера первые два закона как будто поменялись местами по сравнению с *De revolutionibus* Коперника. Но в этой последовательности Коперник обсуждал с 1514 года свои три движения Земли в *De hypothesis motuum coelestium a se constitutus commentariolus*, названную кратко *Commentariolus* (см. об этом Коперник [1948], с. 12 и далее или [1990], с. 9 и далее).

В дальнейшем мы придерживаемся привлечённого Штайнером расположения трёх законов:

Коперниковы движения:

1. Годовое движение Земли по эксцентрической орбитальной окружности вокруг Солнца;
2. Ежедневное вращение Земли вокруг своей оси;
3. Движение по отклонению: коническое движение земной оси в направлении противоположном вращению вокруг Солнца.

81 Если не принимаешь во внимание второе и третье движение и рассматриваешь только *первое движение*, то в геометрически-кинематическом смысле речь при этом идёт о некоем *вращении* Земли вокруг Солнца. В частности ось Земли при этом не остаётся параллельной себе – кроме специального случая, когда она является параллельной оси вращения, чего здесь не происходит, – но описывает относительно центра Земли некий конус. Другими словами: точка пересечения удлинённой земной оси с перпендикуляром на плоскость орбиты Земли через эксцентрически расположенное Солнце есть точка отсчёта этого движения. Если бы существовало только это движение, то не было бы смены времён года, так как Земля в таком случае всегда имела бы к Солнцу одно и то же расположение.

Поэтому Коперник должен был ввести следующее движение, чтобы справиться, во-первых, с фактической сменой времён года, и, во-вторых, с прещесией (сдвигом точки весеннего равноденствия). Для этого подходило его «Движение в склонении» или, в формулировке Рудольфа Штайнера,

третье коперниково движение. Оно состоит из годового вращения земной оси в направлении противоположном её обращению вокруг Солнца. При этом вращение земной оси, произведенное вторым движением, аннулируется и дополнительно создаётся небольшое превышение, которое делает оправданной прецессию.

- 82 Поступательное движение Солнца стало известно через последовавшее благодаря *Уильяму Гершелю* [William Herschel] (1738-1822) не позднее 1783 года открытие собственного движения Солнца в направлении созвездия Геркулес (названное апекс-движение) (см. об этом Вольф [1891-93], § 292).
- 83 Рудольф Штайнер неоднократно говорил о пространственном винтовом или спиральном движении Земли в связи с движением Солнца, при котором Земля определённым образом движется вслед за Солнцем, например, в докладах от 24 и 31 марта 1905 года. Начиная с доклада от 1 сентября 1906 (GA 95), изложение проблемы движения Солнца и Земли Штайнер неоднократно связывал со ссылкой на третье коперниково движение. Позже, с 1916 года, кроме того, присоединяется аспект поступательного *лемнискатного* свойства движения. (Для общего ориентирования в этой проблеме см. Vreede [1980], «О системе Коперника», с. 349 и далее).

Ниже приведены большинство докладов и ответов на вопросы (ОВ), в которых Штайнер говорит о проблеме движения Земли и Солнца, в частности о третьем коперниковом движении (3-ий Коперника), о корректурах Бесселя (Бессель), и/или проблеме спирального или лемнискатного ( $\infty$ ) движения Солнца и Земли. Особенно важными и подробными изложениями являются изложения от 1 октября 1916 (GA 171), 10 апреля 1920 (GA 201), 2 и 17 января 1921 (GA 323).

Доклад	Год	GA	Примечания к содержанию
24 марта	1905	324a	Винтовая линия
31 марта	1905	324a	Винтовая линия
1 сентября	1906	95	3-ий Коперника
16 сентября	1907	101	(также в GA 284/85) 3-ий Коперника
29 апреля	1908	98	3-ий Коперника, винтовая линия
7 ноября	1910	124	
21 марта	1913	145	Кровообращение и сердце
5 мая	1915	159	Винтовая линия
13 июля	1914	286	Кровообращение и сердце
20 августа	1916	272	3-ий Коперника
1 октября	1916	171	$\infty$
28 мая	1918	181	3-ий Коперника, Бессель
4 сентября	1919	295	3-ий Коперника, Бессель
25 сентября	1919	300a	3-ий Коперника, Бессель
26 сентября	1919	300a	Спираль
28 сентября	1919	192	3-ий Коперника, Бессель
3 октября	1919	261	3-ий Коперника, Бессель
3 октября	1919	191	3-ий Коперника, Бессель

10 апреля	1920	201	Поступательная спираль
11 апреля	1920	201	Циркуляция крови и сердце
18 апреля	1920	201	$\infty$ , 3-ий Коперника
1 мая	1920	201	Бессель, поступательная лемниската
2 мая	1920	201	Поступательная лемниската
15 октября	1920	324a	ОВ, 3-ий Коперника, Бессель
2 января	1921	323	3-ий Коперника
11 января	1921	323	$\infty$ , лемниската
12 января	1921	323	$\infty$ , лемнискатные орбиты планет
17 января	1921	323	Лемниската вращения, Бессель
18 января	1921	323	$\infty$
26 августа	1921	324a	ОВ, 3-ий Коперника
8 октября	1921	343	3-ий Коперника
5 января	1923	220	3-ий Коперника
5 мая	1924	349	3-ий Коперника

До сих пор предпринимались различные попытки объединить эти разбросанные сообщения Рудольфа Штайнера в одну последовательную в себе интерпретацию. К одной охватывающей все аспекты точке зрения это до сих пор не привело. См. об этом, в частности, Хагеман [Hagemann] [1966], Кайзер [Kaiser] [1966], Шмидт [Schmidt] [1966], Феттер [Vetter] [1967], Ван Бемелен [Van Bemmelen] [1967], Унгер [Unger] [1981], Байэр [Bauer] [1981] и [1988], Хемминг/Пинкаль [Hemming/Pinkall] [1983], Хардорп [Hardorp] [1983], Юнге [Junge] [1983], Рудницкий [Rudnicki] [1984], Адамс [Adams] [1989] (глава 4), Ваншейдт [Vanschedt] [1992].

- 84 Благодаря механической интерпретации планетной системы, ставшей со времени Ньютона общепринятой, допущение специального третьего коперникова движения становится «излишним». То есть, если Земля понимается как (почти) симметричный гироскоп в поле гравитации Солнца, то соответственно закону момента количества движения направление оси вращения  $L$  (= земной оси) по существу остаётся пространственно устойчивым.

Копернику, конечно, несвойственна такая физическая интерпретация. Однако, среди его последователей крайне мало авторов, которые сожалели бы о пренебрежении третьим коперниковым движением или считали бы его довольно веским. См. об этом показательное примечание № 36 о С. L. Menzger в первой книге *De revolutionibus*, глава 11: «Доказательство троякого движения Земли» (Коперник [1879], Приложение с. 28-31). В этой связи Рудольф Штайнер также указывает 25 сентября 1919 (GA 300a) на публикации поэта и писателя *Иоганна Шлафа* (1862-1941). В частности см. Шлаф [1914] и [1919], которые оба находятся в библиотеке Штайнера, первая с личной надписью автора Рудольфу Штайнеру.

- 85 *Элизабет Вреде* [Elisabeth Vreede] (1879-1943), математик и астроном, с 1924 года первая руководительница математико-астрономической секции свободной высшей школы духовной науки в Гёттануме в Дорнахе. – Во время «Антропософского курса высшей школы» Элизабет Вреде 13 и 14

октября 1920 года прочитала два доклада на тему «Правомочие математики в астрономии и её границы» [1922].

- 86 Вреде [1922], с.138 и далее и 160 и след. См. об этом также примечание 91 к Бесселю.
- 87 *Карл Унгер* [Karl Unger] (1878-1929), фабрикант, инженер, философ. – Во время «Антропософского курса высшей школы» Карл Унгер с 11 по 16 октября 1920 года прочитал шесть докладов на тему «Труд Рудольфа Штайнера» [1921]. См. об этом реферат этого доклада Вилли Сторрера [Willy Storrer] у Унгера [1921], в частности раздел III и IV.
- 88 О теории относительности и нижеследующих высказываниях см. ответы на вопросы от 7 марта 1920 года с соответствующими примечаниями, а также ответы на вопросы от 31 марта 1920 и 15 января 1921.
- 89 См. также в примечании 30 к ответам на вопросы от 7 марта 1920 процитированное место из Эйнштейна [1911]. Речь идёт о проблеме, которая позже стала известна под названием «парадокс близнецов» или «парадокс часов». Эта интерпретация до сегодняшнего дня спорна. Среди прочего это связано со значением понятия времени в физике, в частности с интерпретацией «собственного времени» физической системы в границах теории относительности. См. об этом, например, Гшвинда [1986] и данную там литературу.
- 90 Специальный принцип теории относительности по Эйнштейну [1917] означает, что всеобщие физические законы природы для двух равномерно движущихся систем соотносительных понятий (инерциальных систем) формально являются идентичными. При этом, разумеется, предполагается, что вообще имеются инерциальные системы. В популярных примерах, заимствованных элементарной математикой, чаще всего эти условия строго не выполняются, так что эти примеры уже не являются соответствующими действительности с физической точки зрения.

Таким образом, как и система отсчёта «Земля», ускоренной системой (как всякая вращающаяся система) является система отсчёта «автомобиль». Равномерно движущийся автомобиль, во всяком случае из-за преодоления сопротивления трения, осуществляет ускоренное движение (и также не остаётся неизменным из-за износа) – и тем более, когда он имеет в пути поломку и снижается скорость. Подобные рассуждения могут быть использованы и для приводимого снова и снова примера о поезде и железнодорожной насыпи.

Единственные реалистичные также и в физическом смысле примеры для относительной характеристики заимствованы из атомарной и субатомарной физики, о чём и Эйнштейн замечает в своём докладе [1911]. Но эта сфера феноменов по Штайнеру не может быть постигнута в своей полной действительности без расширения через антропософскую духовную науку (см. об этом доклады первого и второго естественнонаучного курса, GA 320 и GA 321).

- 91 *Фридрих Вильгельм Бессель* [Friedrich Wilhelm Bessel] (1784-1846), астроном, геодезист и математик в Кёнигсберге. – Бессель написал фундамен-

тальные статьи по технике астрономического наблюдения. Эти статьи касаются не только улучшения инструментов, систематического анализа ошибок инструментов и наблюдений, но и точного приведения (Reduktion) наблюдений.

Непосредственная взвешенная позиция Штайнера, пожалуй, свободна как от ошибок инструментов, так и от влияния атмосферы Земли (рефракции). В дальнейшем эти положения, чтобы сохранить объективный, сравнимый с другими измерениями средний показатель, должны быть снова рассчитаны на весь временной период (эпоху) и затем уже при вычислении установлены эффекты земного наблюдения, а также место наблюдения. Для этого было необходимо знание прецессии, нутации (благодаря Луне вынужденное малое колебание земной оси), а также дневного, годового и столетнего отклонения (благодаря конечной скорости света и движению Земли, вызванному кажущимся изменением места звёзд).

Обобщение (упрощение) Бесселем месторасположений 3222 звёзд, установленных *Джеймсом Брэдли* [James Bradley] (1693-1762) в обсерватории в Гринвиче, стало вехой наблюдающей астрономии. С этим впервые точно были получены в распоряжение надёжные местоположения звёзд. Бессель опубликовал свои результаты в произведениях *Fundamenta astronomiae pro anno 1755 deducta ex observationibus viri incomparabilis James Bradley in specula astronomica grenovicensi per annos 1750-1762 institutis* (Кёнигсберг, 1818) а также *Tabulae Regiomontanae reductionum observationum ab anno 1750 usque ad annum 1850 computatae* (Кёнигсберг, 1830).

Во время связанных с этим исследований Бессель пришёл не только к улучшенному определению собственного движения неподвижных звёзд, но и впервые к определению отдельных параллаксов неподвижных звёзд. Эти параллаксы способствовали формированию первого астрономического доказательства годового движения Земли (см. об этом и других доказательствах этого движения Тайхман [Teichmann] [1983], глава 3.4).

Так называемые *формулы приведения Бесселя для звёздных координат* относятся в частности к годовому и столетнему влиянию прецессии и нутации (см. об этом Шмидт [Schmidt] [1967], Вольф [Wolf] [1890-93], § 609 и § 613 и, например, альманах *The Astronomical Almanac*, 198 и след., с. B22 и далее).

- 92 *Альберт Штеффен* [Albert Steffen] (1884-1963), поэт, с 1924 года первый руководитель секции наук о прекрасном свободной высшей школы духовной науки в Гёттеануме в Дорнахе. – Во время «Антропософского курса высшей школы» Штеффен 14 и 15 октября прочитал два доклада на тему «Кризис в жизни художника и духовная наука». Штеффен опубликовал автореферат этих докладов в сборнике *Die Krisis im Leben des Künstlers* [1922]. В частности см. в нём одноимённую статью, часть II, с. 31 и далее.
- 93 Теория множеств была основана математиком *Георгом Кантором* [Georg Cantor] (1845-1918) почти в одиночку. Рудольф Штайнер получил от Кантора один экземпляр *Теории бесконечного* [1890], снабжённый персональным посвящением и рукописными корректурами. В качестве определения одного множества Кантор в сочинении 1884 года сообщает следующее: „Под <множественностью> или <множеством> я понимаю именно вообще всякое многое, которое можно мыслит как одно, то есть всякая совокуп-

ность определённых элементов, которая посредством закона может быть связана в одно целое, и вместе с этим я полагаю определить нечто, что родственно с *платоновым* эйдосом или идеей [...]». (Кантор [1932], с. 204, примечание).

Высказывания Рудольфа Штайнера относятся к исследованиям Кантором различных ступеней бесконечного. В основе этих исследований находится следующее определение, процитированное Штайнером по смыслу: «Под *мощностью* или *кардинальным числом* множества  $M$  (которое состоит из мысленно выделенных, вполне различных элементов  $m, m', \dots$  и в этом отношении определено и ограничено) я понимаю общее понятие или родовое понятие (универсальное), которое получают, отвлекаясь у множества как от свойств его элементов, так и от всех отношений, которые имеют элементы, пусть между собой, пусть к другим вещам, следовательно, в частности и от порядка, возможно, царящего среди элементов, и только претендуя на то, чем сообщая являются все множества, которые *эквивалентны*  $M$ . Но я называю два множества  $M$  и  $N$  *эквивалентными*, если они позволяют взаимно однозначно присоединять друг к другу элемент за элементом». (Кантор [1890], с. 23 и след. или [1932], с. 387) – См. об этом статью «Георг Кантор и Рудольф Штайнер» в статьях к *Полному собранию трудов Рудольфа Штайнера*, № 114/115, Дорнах 1955.

- 94 *Освальд Шпенглер* [Oswald Spengler] (1880-1936), сначала учитель математики, затем свободный писатель. – Главное произведение Шпенглера, *Закат Европы*; первый том *Форма и действительность* появился в первом издании 1918 и уже в 1920 достиг 23-32 изданий и вместе с тем тираж составлял 37-50 тысяч штук. Второй том, *Всемирно-исторические перспективы*, появился в 1922, но уже не имел такого широкого влияния, как первый том.
- 95 Второй главный закон термодинамики основывается на понятии *энтропии*, сформулированном в первый раз *Рудольфом Клаузиусом* [Rudolf Clausius] (1822-1888). Он звучит: Энтропия стремится к некоему максимуму при всяком реальном термодинамическом процессе в замкнутой физической системе. Доказательство этого главного закона в рамках физики может лишь означать, что его сводят к другой недоказуемой гипотезе или постулату. Так в статистической кинетической теории газа, восходящей к *Джеймсу Кларку Максвеллу* [James Clark Maxwell] (1831-1879) и *Людвигу Больцману* [Ludwig Boltzmann] (1844-1906), второй основной закон принимает форму доказуемой теоремы (так называемой основной теоремы Больцмана), исходя из гипотезы полного молекулярного беспорядка.
- 96 *Граф Герман Кейзерлинг* [Herman Keyserling] (1880-1946), философ и писатель, один из основателей и научный руководитель «Школы мудрости» (общество для свободных философов) в Дармштадте. – См. произведения *Das Reisetagebuch eines Philosophen* (Путевой дневник одного философа) [1919a], *Der Weg der Vollendung* (Путь совершенства); *Des Grafen Hermann Keyserling philosophisches Schaffen* (Философское творчество графа Германа Кейзерлинга) [1919b] и *Philosophie als Kunst* (Философия как искусство) [1920].

- 97 Кейзерлинг, *Philosophie als Kunst* [1920], с. 293: «Школа мудрости должна стать третьей наряду с церковью (это слово понимать в самом широком аконфессиональном смысле) и университетом. С церковью она связана тем, что подобно ей она формирует целого человека, стремится спиритуализировать его душу, но сверх этого она устремляется к синтезу между жизнью души и независимым полностью осознающим духом, так чтобы не вера представляла последнюю инстанцию, и не абстрактное знание, но вера, знание и жизнь стали бы едины в высоком живом единстве сознания. С ним она связывает единую кульминацию. Единую кульминацию, поскольку её задача – включить в высшую школу приобретённое знание синтеза жизни, способное органично присоединиться к крайне абстрактному познанию и таким образом просто <знание> преобразующее в <сущее>».
- 98 Здесь вероятно речь идёт о ссылке на еженедельно выходящий журнал *Die Zukunft*, издаваемый Максимилианом Гарденом [Maximilian Harden] (том 1 – 118, с 1 года издания 1892 по 30 год издания 1922). – Упомянутая статья Германа Кейзерлинга до сих пор не обнаружена.
- 99 См. об этом полемику о Кейзерлинге в №№ 22-25 журнала *Dreigliederung des sozialen Organismus*, второй год выпуска 1920/1921, в частности реферат Эрнста Уехли (1875-1959) о докладе Рудольфа Штайнера от 16 ноября 1920 в Штутгарте в №№ 21 и 22. Другие материалы о Кейзерлинге находятся также в докладе от 26 августа 1921 в журнале *Gegenwart*, 15 издание, 1953/54, тетрадь 2, с. 49-64.
- 100 Источник этого высказывания Кейзерлинга до сих пор не найден.
- 101 Гёте, *Фауст*, вторая часть, второй акт, вторая сцена: лаборатория. *Гомункул* говорит остающемуся Вагнеру:

Пергаменты старинные читай,  
 По предписанью собирай, где можно,  
 Начала жизни, после ж осторожно  
 Одно с другим их вместе сочетай;  
 Обдумай «что», реши задачу эту;  
 Вопросу «как» вниманья посвяти  
 Побольше; я ж, постранствовав по свету,  
 Поставлю точку, может быть, над і.

(Перевод Н. А. Холодковского).

*Штутгарт, 15 января 1921*

Ответы на вопросы по окончании четырёх докладов для академиков: об отношении духовной науки к отдельным специальным наукам.

Четыре доклада из цикла «Образцы отношений духовной науки к отдельным специальным наукам» (Штутгарт, с 11 по 15 января 1921) впервые были опубликованы в журнале *Gegenwart*, 14 издание 1952/53. Доклад от 11 января 1921: тетрадь 2, с. 49-67; доклад от 12 января 1921: тетрадь 3, с. 97-118; доклад от 14

января 1921: тетрадь 4/5, с. 145-167; доклад от 15 января 1921: тетрадь 6, с. 225-236 и тетрадь 7, с. 257-268; ответы на вопросы от 15 января 1921: тетрадь 8, с. 305-317. Опубликование этих докладов предусмотрено для GA 73a. – См. также сообщение на конференции *Евгена Колиско* (1893-1939) в журнале *Dreigliederung des sozialen Organismus*, 2 издание 1920/21, № 31: с. 4-5, № 32: с. 5 и № 33: с. 4.

102 *Духовно-научные импульсы к развитию физики. Второй естественнонаучный курс. Учение о теплоте* (GA 321), Штутгарт с 1 по 14 марта 1920.

103 *Рудольф Клаузиус* [Rudolf Clausius] (1822-1888), физик в Берлине, Цюрихе, Вюрцбурге и Бонне. Клаузиус вместе с *Людвигом Больцманом* [Ludwig Boltzmann] (1844-1906) и *Джеймсом Кларком Максвеллом* [James Clark Maxwell] (1831-1879) принадлежит к основоположникам современной термодинамики на базе кинетической теории газов и статистической механики. Его разработки по теории теплоты объединены в *Механическую теорию теплоты* [1876-91].- См. также доклады от 1 и 11 марта 1920 (GA 321).

104 На сомнения, проявленные разными авторами в отношении механического начала применительно к термодинамике, указывает ответственный редактор издания второго естественнонаучного курса (GA 321. См. доклад от 1 марта 1920, примечания к с. 26 на с. 222 и далее). Можно добавить, что до открытия квантовой механики и квантовой статистики различные подходы к механистической модели молекулярного строения материи невозможно было приводить в непрерывное соответствие с экспериментальными данными, в частности с результатами спектроскопии. См. также Гарман [1982], глава V и VI.

105 Эксперимент эфирного дрейфа Михельсона [Michelson] и Морлея [Morley] (1881 и след.) должен был установить относительную скорость Земли по отношению к принятому покоящемуся квазиматериальному физическому эфиру. Исход исключительно точно проведённого эксперимента был отрицательным. Благодаря этому все теории света и электричества, базирующиеся на принятии абсолютно покоящегося эфира были, по крайней мере, поставлены под вопрос. Теоретические объяснения этих данных независимо развили *Гендрик Антуан Лоренц* [Hendrik Antoon Lorentz] (1853-1928) и *Георг Францис Фитцджеральд* [George Francis Fitzgerald] (1851-1901). Установленные в этой связи формулы (например лоренцево сокращение) смог несколько позже вывести *Альберт Эйнштейн* (1879-1955) из основной гипотезы своей специальной теории относительности (принцип относительности, абсолютное постоянство скорости света), причём он, вероятно, как при выведении, так и при иллюстрации своей теории опирался на ряд мысленных экспериментов.

106 К формуле проводящей и излучающей теплоты, а также к нижеследующим рассуждениям см. доклады от 12 марта 1920 (GA 321) и 8 января 1921 (GA 323). – Обсуждение соответствующих уравнений при помощи современной математики находятся у Дустмана/Пинкаль [1992].

107 См. об этом, например, Рудольфа Штайнера, *О загадках души* (GA 21), глава «Max Dessoir об антропософии», а также разъяснения о *Германе Кейзерлинге* в конце вышеупомянутых ответов на вопросы от 15 октября 1920 года.

*Дорнах, 7 апреля 1921*

Ответы на вопросы (диспут) во время «Второго антропософского курса высшей школы» в Гётеануме в Дорнахе с 3 по 10 апреля 1921 года.

Доклады Рудольфа Штайнера об «Антропософии и специальных науках» вместе с ответами на вопросы (диспутами) опубликованы в томе «*Оплодотворяющее воздействие антропософии на специальные науки*» (GA 76) – Сообщение Вилли Штокара о втором антропософском курсе высшей школы находится в журнале *Dreigliederung des sozialen Organismus*, 2 издание 1920/21, № 42 и 43, а также Евгена Колиско в журнале *Die Drei*, 1 издание 1921/22, с. 471-478. – См. также «Приглашение на второй антропософский курс высшей школы с 3 по 10 апреля 1921 года в Свободной высшей школе духовной науки, Гётеанум в Дорнахе» с подробной программой в журнале *Dreigliederung des sozialen Organismus*, 2 издание 1920/21, №36.

108 Рудольф Штайнер ссылается здесь на свой доклад от 5 апреля 1921 (GA 76), где о трёх измерениях пространства речь шла только попутно. На вечерних диспутах, происходивших в промежутках, тема этого доклада, а также тема докладов Германа фон Баравалля о «Пространстве и времени» и Эрнста Блюмеля о «Духовно-научных указаниях по математической разработке естественнонаучной проблемы» 5 апреля не были подхвачена.

109 *Метагеометрия* сегодня уже едва ли является употребительным объединяющим названием для различных типов неевклидовой геометрии. Среди них во второй половине XIX столетия существовали в частности: проективная геометрия, гиперболическая и эллиптическая геометрия, геометрия всеобщих искривлённых пространств (геометрия Римана), а также геометрия пространств более высоких измерений.

110 См. примечание 1 к докладу от 24 марта 1905 года.

111 Под римановой метагеометрией здесь может подразумеваться так называемая эллиптическая геометрия, которую сначала открыл и описал Риман (она тесно связана с геометрией на сферической поверхности), или всеобщая теория искривлённых пространств, тоже восходящая к Риману (многообразия с римановой метрикой), из чего эллиптическая геометрия является частным случаем (пространство с постоянной положительной кривизной).

112 Кант не различал между математико-геометрическим пониманием идеи пространства и законами наглядного пространства. Он абсолютизировал последние как необходимые условия чувственного созерцания, основанные субъектом. „Пространство есть необходимое априорное представление, лежащее в основе всех внешних созерцаний”. (Критика чистого разума, ч. I, гл. I, § 2). „На этой необходимости а priori основывается неопровержимая достоверность всех основных геометрических законов, и а priori возможность их построения”. (Критика чистого разума). Отсюда следует: „Гео-

метрии есть наука, определяющая свойства пространства синтетически и тем не менее а priori". (Там же, § 3). „[...] например положение, что пространство имеет только три измерения; но такие положения не могут быть эмпирическими или суждениями, исходящими из опыта, а также не могут быть выведены из подобных суждений". (Там же, § 3).

„Каким же образом может быть присуще нашей душе внешнее созерцание, которое предшествует самим объектам и в котором понятие их может быть определено а priori? Очевидно, это возможно лишь в том случае, если оно находится только в субъекте как формальное его свойство подвергаться воздействию объектов и таким образом получать *непосредственное представление* о них, то есть *созерцание*, следовательно, лишь как форма внешнего *чувства* вообще". (Там же, § 3). Итак, действительным является: „Пространство есть ничто иное, как только форма всех явлений внешних чувств, то есть субъективное условие чувственности, при котором для нас только и возможно внешнее созерцание". (Там же, § 3, b).

Этим для Канта законы наглядного пространства совпадают с вообще мыслимыми геометрическими принципами. Во время Канта в математике ещё не появлялись идеи неевклидово метризуемых или более чем трёхмерных пространств, в частности не было также и ясных, восходящих только к Риману, топологических и метрических свойств. Поэтому Кант не видел также никакой разницы между топологическим свойством безграничности и метрическими (касающимися соотношения мер) свойствами бесконечности. Так в его высказываниях в «Антиномиях чистого разума», где Кант провозглашает неразрешимость некоторых проблем, если они интерпретируются не с его точки зрения, говорится: «То же замечание относится и к двоякому ответу на вопрос о пространственной величине мира. Действительно, если *мир бесконечен* и неограничен, то он *слишком велик* для всякого возможного эмпирического понятия. Если *мир конечен* и ограничен, то вы можете с полным правом задать вопрос: что определяет эту границу?» (Антиномия чистого разума, раздел 5). Кантово понятие пространства, непосредственно следующее трёхмерной евклидовой геометрии, уже нельзя согласовать с различными понятиями пространства, выработанными вследствие дальнейшего развития математики. Одним из первых, кто явно обратил на это внимание с точки зрения физики и физиологии, является *Герман Гельмгольц* [Hermann von Helmholtz] (1821-1894). См. об этом его речь *Die Thatsachen in der Wahrnehmung* (Факты при наблюдении) [1878].

- 113 Обсуждение паралогизмов (ложные выводы или ошибочные умозаключения) чистого разума вместе с обсуждением антиномий чистого разума образует основную составную часть второго тома «Трансцендентальная диалектика» *Критики чистого разума* [1787]. Критикуя паралогизмы чистого разума, Кант имел целью критику утверждений тогдашнего рационального учения о душе (с проблемами постоянства, предсуществования души и так далее), но не обсуждение классических ошибочных или ложных выводов.

„Логический паралогизм есть ложное по форме умозаключение с каким угодно содержанием. Трансцендентальный же паралогизм имеет трансцен-

дентальное основание для ложного по форме умозаключения. Таким образом, подобное ошибочное умозаключение имеет своё основание в природе человеческого разума и содержит в себе неизбежную, хотя и не непреодолимую, иллюзию». (О паралогизмах чистого разума). Как позже при обсуждении антиномий чистого разума, так и здесь при обсуждении паралогизмов Кант пытается показать, что паралогизмы «разрешаются» только тогда, когда в основе лежит его воззрение: можно знать только о явлениях вещей в себе и разум может упорядочивать эти явления по руководящим принципам (а также соответственно формам наблюдения пространства и времени), однако невозможно никакое непосредственное ознакомление со строением вещи в себе.

Само собой, проблема пространства при обсуждении паралогизмов чистого разума играет роль только при четвёртом паралогизме об отношении души «к *возможным* предметам в пространстве».

Зато при обсуждении системы космологических идей в разделе об «Антиномиях чистого разума» кантово понимание пространства имеет основополагающее значение.

- 114 Само собой разумеется, трёхмерное евклидово пространство было историческим исходным пунктом и прежде всего фундаментом образования неевклидовых понятий (проективной геометрии и многомерных пространств). В этом отношении существовали новые пространственные формы производной природы, хотя и не частные случаи евклидова пространства, но расширение понимания идеи пространства на базе основного евклидова понятия. Таким образом, указание Штайнера на окружность относится только к внешне достигнутому обобщению понимания пространства, пока соответствующие понятия по существу зависят от евклидовой исходной точки.

Дальнейшее развитие математики показало, что евклидов базис не обязателен, что закономерности пространства могут развиваться последовательно, не предполагая как-то специально евклидово образование понятия. При этом исходят из свободного от координат определённого топологического многообразия, ограничивают это многообразие через метрические (и в определённом случае дифференциально-геометрические) структуры и благодаря этому, может быть, приходят к евклидовой геометрии как к частному случаю трёхмерного метрического многообразия. При системном взгляде здесь уже нет окружности. Эти простые вопросы ко времени данного ответа Штайнера на вопрос ещё не были достаточно ясны даже в математических кругах. – См. также записи в блокнотах Рудольфа Штайнера и соответствующие примечания в *Статьях к Полному собранию трудов Рудольфа Штайнера*, № 114/115, Дорнах 1995, с. 49 и след.

Что касается структуры реального пространства, то в каждом случае математические понятия сообщают только *возможные* пространственные формы и являются в этом смысле абстрактными, чуждыми действительности, пока их соответствие не объяснено действительностью.

- 115 Понимание идеи пространства, восходящее к *Евклиду* (около 320 до 260 до Р. Х.) находится в 13 книгах *Elementen* (Основы), в I и особенно в XI кни-

гах. Она прежде всего ориентируется на основы стереометрии, то есть учение о пространственных телах.

- 116 Об отношении имажинации, инспирации и интуиции к измерениям пространства см. доклады от 19 и 26 августа 1923 (GA 227, с.39-41, 161-163). См. также доклады от 17 мая 1905 (GA 324а), 16 сентября 1907 (GA 101, с. 189 и след.), 15 января 1921 (GA 323, с.274-283), 8 апреля 1922 (GA 82), 24 июня 1922 (GA 213), а также ответы на вопросы от 12 апреля 1922 (GA 82 и 324а).
- 117 См. об этом также доклады от 9 и 10 апреля 1920 (GA 324), 26, 27 декабря 1922 и 1 января 1923 (GA 326). – Исходя из совсем другой точки зрения, Штайнер развивает незаменимость (*Nicht-Vertauschbarkeit*) трёх измерений наблюдаемого пространства в разделе «Гётевская идея пространства» во *Введении к естественнонаучным сочинениям Гёте* (GA 1, с. 288-295).
- 118 Пространственная геометрия Евклида является ещё по существу стереометрией, то есть учением о геометрических свойствах пространственных тел. Прямой угол, перпендикулярность, играет при этом важную роль. Однако через Евклида куб и связанная с ним система взаимно ортогональных осей не получают особого положения.
- Неявное введение таких осей в качестве системы отсчёта для алгебраического рассмотрения кривых восходит по существу к *Пьеру Ферма* [Pierre de Fermat] (1601-1665) и *Рене Декарту* [René Descartes] (1596-1650). Однако, у обоих координатные оси как самостоятельное, отделяемое от обсуждаемых геометрических объектов образование, не играют никакой роли. К тому же во многих случаях оси у Ферма и Декарта были косоугольными. Это до конца XVIII столетия имело вес для тех, кто опирался на этих пионеров развития и для разработки аналитической геометрии. Систематическое применение двух перпендикулярно или наклонно расположенных друг к другу направлений в качестве системы отсчёта для координат и обсуждение алгебраических кривых впервые обнаруживается у *Исаака Ньютона* [Isaac Newton] (1643-1727) в его труде *Enumeratio linearum tertii ordinis* (1676). Кроме того, Ньютон впервые систематически применяет отрицательные координаты, то есть чертит кривые во всех четырёх квадрантах системы координат. Аналитическая геометрия пространства и соответствующее применение системы трёх взаимно ортогональных осевых направлений восходит к систематическим исследованиям поверхностей *Леонардом Эйлером* [Leonard Euler] (1707-1783). Окончательное формулирование аналитической геометрии в современном духе возникло на рубеже XVIII – XIX столетий через *Гаспара Монжа* [Gaspar Monge] (1746-1818) и его ученика *Франсуа Лакруа* [François Lacroix] (1765-1843), одного из авторов самого успешного учебника математики XIX столетия. Если прежде координатная система большей частью вводилась при помощи специально задаваемого математического образа, то теперь аналитическая геометрия преобразовалась в учение о геометрических образах и их внутренних и взаимных отношениях в рамках заданной системы координат. См. об этом обзорное произведение von Boyer [1956].
- 119 См. об этом обсуждавшуюся в примечании 114 проблематику.

120 См. об этом в частности ответы на вопросы от 7 марта 1920 года и соответствующие примечания, прежде всего примечание 27.

*Дорнах, 26 августа 1921*

Ответы на вопросы (открытая дискуссия) во время летнего курса в Гётеануме в Дорнахе с 21 по 27 августа 1921 года.

Авторефераты докладов Рудольфа Штайнера опубликованы в *Сообщениях Управления наследием Рудольфа Штайнера* (из № 29, 1970: *Статьи в Полном собрании трудов Рудольфа Штайнера*), № 8, 1962, с. 4-20. – Подробная программа конференции опубликована в журнале *Dreigliederung des sozialen Organismus*, 3 издание, № 5, и *Das Goetheanum*, том 1, 1921/1922, № 1. – Конспект докладов впервые был опубликован в журнале *Gegenwart*. В 14 издании 1952/53 находится вступительный доклад от 21 августа 1921 года в тетради 9/10, с. 353-363, а также доклад от 23 августа 1921 года в тетради 11, с. 417-428. Доклады от 24 и 26 августа находятся в 15 издании 1953/54, тетрадь 1, с. 4-19 и тетрадь 2, с. 44-63. Ответы на вопросы до сих пор не изданы. – Опубликование этих докладов предусмотрено в GA 73а.

121 См. об этом и нижеследующем ответ на вопросы от 15 октября 1920 года и соответствующие примечания.

122 См. об этом также доклады от 2 мая 1920 (GA 201) и 16 января 1921 (GA 323).

123 Рудольф Штайнер применяет здесь последовательность законов, как их развивает Коперник в первом томе своего основного сочинения *De revolutionibus orbium coelestium*, глава 11. См. также ответы на вопросы от 15 октября 1920 года и примечания 80 и 81.

124 Предположительно это ссылка на бесселево упрощение, упомянутое Штайнером в ответе на вопрос от 15 октября 1920 года.

*Гаага, 12 апреля 1922*

Ответы на вопросы по окончании курса для академиков, прочитанного в Гааге от 7 по 12 апреля 1922 года.

Доклады, прочитанные Рудольфом Штайнером в Гааге от 7 по 12 апреля 1922 года опубликованы в томе «Чтобы человек стал целым человеком. Значение антропософии в духовной жизни современности», GA 82, Дорнах 1994 год.

125 О Хинтоне см. примечание 18 к докладу от 31 марта 1905 года и о тессакте см. доклад от 31 мая 1905 года и относящиеся к нему примечания.

126 См. ответы на вопросы от 7 апреля 1922 года, а также примечания 116 и 117.

127 См. доклады от 8, 9 и 10 апреля 1922 (GA 82).

128 См. похожие места в конце доклада от 10 января 1921 (GA 323, с. 199-200), а также в начале доклада от 18 января 1921 (GA 323, с. 318-320).

- 129 Предположительно здесь речь идёт о докладе Рудольфа Штайнера в «Математическом Обществе» в Базеле во время зимнего семестра 1920/21 года. Подробнее об этом же см. в статье «О математическом докладе Рудольфа Штайнера в Базеле» в *Статьях Полного собрания трудов Рудольфа Штайнера*, № 114/115, Дорнах 1995 год.
- 130 См. об этом параллельные места в докладах от 11 января 1921 (Gegenwart, том 14, с. 49-67, в частности с. 65) и 5 апреля 1921 (GA 76).
- 131 См. ответы на вопросы от 7 марта 1920 и относящиеся сюда примечания.
- 132 См. об этом более подробно: Рудольф Штайнер, *Метаморфозы душевной жизни – Пути душевных переживаний* (GA 58 и 59), доклады от 28 октября 1909 и 17 февраля 1910 года.
- 133 *Фридрих Вильгельм Оствальд* [Friedrich Wilhelm Ostwald] (1853-1932), химик, учёный в области цвета, натурфилософ. В его докладе «Преодоление научного материализма» от 20 сентября 1895 года, который одновременно представлял собой речь защитника своего основанного на энергетике мировоззрения, а также находился в осознанном контрасте с механистическим воззрением *Эмиля Дюбуа-Реймона* [Emil du Bois-Reimond] (1818-1896), говорится: «Если кажется тщетной, потерпевшей в конце концов крах в некоторых серьёзных попытках попытка механически разъяснить известные физические явления, то неизбежно заключение, что тем меньше это может удаваться при несравненно гораздо более сложных явлениях органической жизни. Все механистические сравнения имеют свойство позволять замену знака *величины времени*. То есть, теоретически совершенные механические процессы могут хорошо протекать как вперёд, так и назад. Поэтому в чисто механическом мире и не дано «раньше» или «позже» в смысле нашего мира: дерево не могло бы снова стать ростком или зерном семени, бабочка превратиться в гусеницу, а старик в ребёнка. Для того факта, что это не происходит, механистическое мировоззрение не имеет объяснения и не может иметь из-за упомянутого свойства механических сравнений. Фактическая необратимость реальных природных явлений доказывает таким образом наличие процессов, которые *нельзя* представлять посредством механических сравнений, и этим было высказано суждение (Urtheil) научного материализма». ([1895], с. 20 и след.).
- 134 Здесь имеется в виду, что проективная прямая имеет только одну (а не две) наглядно бесконечно удалённые точки.
- 135 Подлинный основоположник современной перспективы – *Филипп Брунеллески* [Filippo Brunelleschi] (1377-1446), архитектор и строитель соборного купола во Флоренции. Первое продвижение новая теория перспективы получила через архитекторов и учёных *Леона Батиста Алберти* [Leon Battista Alberti] (1401-1472), а также через художника и математика *Пьеро дель Франческа* [Piero della Francesca] (1416-1492). Для культурного пространства к северу от Альп имел решительное влияние трактат *Наставление по измерению циркулем и наугольником (das Richtscheit) на линии, плоскости и всём телесном* (1525) *Альбрехта Дюрера* [Albrecht Dürer] (1471-1528).

136 О цветовой перспективе см. доклад от 2 июня 1923 (GA 291) и 19 апреля 1922 (GA 304, с. 208), а также ответы на вопросы от 11 марта 1920 года.

*Дорнах, 29 декабря 1922*

Дополнительные высказывания во время цикла докладов «*Момент возникновения естествознания в мировой истории и его бывшее до сих пор развитие*», GA 326. Примечания к дискуссии при присоединении к докладу Эрнста Блюмеля «Четыре пространственных измерения в свете антропософии». – Конспект доклада Эрнста Блюмеля [Ernst Blümel] (1884-1952) до сих пор не обнаружен.

137 Доклады от 26, 27 и 28 декабря 1922 (GA 326). Об осязаемом руками и видимом пространстве см. доклады от 17 марта 1921 (GA 324) и 1 января 1923 (GA 326).

138 На этот переход шара в плоскость или окружности в прямую линию Рудольф Штайнер указывал в различных местах. См. в этом томе параллельное место: доклад от 24 марта 1905, ответы на вопросы от 2 сентября 1906, 28 июня 1908 и 25 ноября 1912 года.

139 См. о «схватывании действительности» в связи с проективной геометрией доклад от 11 января 1921 (опубликованный в *Gegenwart*, том 14, 1952, тетрадь 2, с. 49-67; предусмотрено для GA 73а), 5 апреля 1921 (GA 76) и ответы на вопросы от 12 апреля 1922 (GA 324а и 82).

140 Под принудительными движениями сегодня понимаются такие движения, которые имеют только *одну* степень свободы, то есть, которые так ограничены, что имеют только *один* свободный параметр движения. – Но Штайнер, вероятно, подразумевает здесь проблему движения с ограничениями или «реакциями связей» в целом. Ньютонова формулировка механики оказывается неудобной для вычисления движений при ограничениях; к тому же, возможно, не так легко было вводить наиболее полные (не ортогональные) координаты движения. И то и другое может элегантно обрабатываться с помощью *уравнений Лагранжа*, основывающихся на механическом вариационном принципе.

141 См. доклад от 27 декабря 1922 (GA 326).

142 Об отрицательной гравитации см. доклады от 7 и 8 января 1921 (GA 323).

144 *Жозеф Луи Лагранж* [Joseph-Louis Lagrange] (1736-1813), математик, физик, астроном в Турине, Берлине и Париже. – Выведение, обсуждение и применение уравнений, названных его именем, составляет основную компоненту его произведения *Mécanique Analytique* (Аналитическая механика, Париж, 1788).

145 См. доклад от 28 декабря 1922 (GA 326).

# BIBLIOGRAPHIE

## Abkürzungen

- [ ] Alle Jahreszahlen in eckigen Klammern nach Autorennamen verweisen auf in der Bibliographie angeführte Literatur.
- GA Bibliographie-Nummer der Rudolf Steiner Gesamtausgabe, Dornach: Rudolf Steiner Verlag.
- \* Die mit einem \* bezeichneten Schriften befinden sich in der Bibliothek Rudolf Steiners im Archiv der Rudolf Steiner-Nachlaßverwaltung in Dornach.

## Benutzte biographische und bibliographische Nachschlagewerke

*Biographisch-literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exakten Wissenschaften.* Herausgegeben von Johann Christian Poggendorff. 6 Teile in 11 Bänden. Leipzig: Barth 1863-1919. Berlin: Verlag Chemie 1925-40.

*Dictionary of Scientific Biography.* Vol. 1-16. Edited by Charles Coulston Gillispie. New York: Charles Scribner's Sons 1970-80.

*Lexikon bedeutender Mathematiker.* Herausgegeben von Siegfried Gottwald, Hans-Joachim Ilgands, Karl-Heinz Schlote. Thun/Frankfurt (Main): Harri Deutsch 1990.

*Das Wirken Rudolf Steiners 1917-1925.* Berlin, Stuttgart und Dornach. Herausgegeben von Heinz Herbert Schöffler. Dornach: Philosophisch-Anthroposophischer Verlag am Goetheanum 1987.

*Bibliographische Übersicht. Das literarische und künstlerische Werk von Rudolf Steiner.* Herausgegeben vom Archiv der Rudolf Steiner-Nachlaßverwaltung. (Übersichtsbände zur Rudolf Steiner Gesamtausgabe, Erster Band). Dornach: Rudolf Steiner Verlag 1984.

Hans Schmidt, *Das Vortragswerk Rudolf Steiners.* Verzeichnis der von Rudolf Steiner gehaltenen Vorträge, Ansprachen, Kurse und Zyklen. Dornach: Philosophisch-Anthroposophischer Verlag am Goetheanum 1950 (2. erweiterte Auflage 1978).

## In den Hinweisen zitierte Literatur

Abbott, Edwin Abbott [1884], *Fiatland: A Romance of many Dimensions.* By the author A. Square. London: Seeley & Co.

Adams, George [1989], *Lemniskatische Regelflächen.* Eine anschauliche Einführung in die Liniengeometrie und Imaginärtheorie. (Mit erläuternden Anmerkungen

und einem Anhang über die Geometrie der elliptischen linearen Kongruenzen, herausgegeben von Renatus Ziegler.) Dornach: Philosophisch-Anthroposophischer Verlag am Goetheanum (Mathematisch-Astronomische Blätter - Neue Folge, Band 14).

*Almanac, The Astronomical* 1981 ff, Washington U S Government Printing Service/ London Her Majesty's Stationery Office

Ballard, Marvin H [1980], *The Life and Thought of Charles Howard Hinton*. Blacksburg, Virginia (USA) (Thesis for the degree of Master of Arts in History)

Bauer, Hermann [1981], Planetenbahnen als Rotationslemniskaten *Mathematisch Physikalische Korrespondenz* (Dornach), Nr 121, S 10-35

- [1988], *Über die lemniskatischen Planetenbewegungen Elemente einer Himmelsorganik*. Stuttgart Freies Geistesleben

Bonola, Roberto / Liebmann, Heinrich \*[1919], *Die nichteuklidische Geometrie Historisch kritische Darstellung ihrer Entwicklung*. Leipzig/Berlin Teubner (2 Auflage)

Boyer, Carl B [1956], *History of Analytic Geometry*. New York Yeshiva University (Scripta Mathematica, No 6/7)

Cantor, Georg \*[1890], *Lehre vom Transfiniten*. Gesammelte Abhandlungen aus der Zeitschrift für Philosophie und Philosophische Kritik Halle/Saale Pfeffer

- [1935], *Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts*. Hildesheim Olms (Nachdruck Olms 1966 und Springer 1990)

Clausius, Rudolf [1876-91], *Die mechanische Wärmetheorie (Zweite, stark erweiterte Auflage der Abhandlungen über die mechanische Wärmetheorie, Zwei Bände, Braunschweig Vieweg 1864-67) Band 1: Entwicklung der Theorie, soweit sie sich aus den beiden Hauptsätzen ableiten läßt (1876, 2 Auflage 1887), Band 2: Die mechanische Behandlung der Elektrizität (1879), Band 3: Die kinetische Theorie der Gase (1889-91) Braunschweig Vieweg*

Coxeter, Harold S M [1981], *Unvergängliche Geometrie*. Basel/Boston/Stuttgart Birkhauser (2 erweiterte Auflage) (Wissenschaft und Kultur, Band 17)

Crowe, Michael [1967], *A History of Vector Analysis*. Notre Dame/London University of Notre Dame Press (Reprint New York, Dover 1985)

\*Düring, Eugen und Ulrich [1884], *Neue Grundmittel und Erfindungen zur Analysis, Algebra, Functionsrechnung und zugehörigen Geometrie sowie Principien zur mathematischen Reform [I Theil]* Leipzig Fues

- [1903], *Neue Grundmittel und Erfindungen zur Analysis, Algebra, Functionsrechnung und zugehörigen Geometrie sowie Principien zur mathematischen Reform Zweiter Theil Transradicale Algebra und*

*entsprechende Lösung der allgemeinen auch uberviergradigen Gleichungen*  
Leipzig. Reisland

Durège, Heinrich [1880], Über die Hoppe'sche Knotencurve. *Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften*, Wien, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Klasse, Abteilung II, Band 82, S 135-146

Dustmann, Friedrich Wilhelm [1991], Die Äthertheorie von MacCullagh. *Mathematisch-Physikalische Korrespondenz*, Nr 160, S 6-16

Dustmann, Friedrich Wilhelm / Pinkall, Ulrich [1992], Die Gleichung der vier Atherarten in Rudolf Steiners zweitem naturwissenschaftlichen Kurs. *Elemente der Naturwissenschaft*, Band 56, Heft 1, S 1-33

Ebbinghaus, Heinz Dieter et al [1988], *Zahlen*. Berlin / Heidelberg / New York Springer (2 Auflage, Grundwissen Mathematik, Band 1)

\*Einstein, Albert [1911], *Das Relativitätsprinzip* (Vortrag gehalten in der Sitzung der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich am 16 Januar 1911) [Unter dem Titel «Die Relativitäts Theorie», leicht verändert abgedruckt in: *Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich*, Band 56, 1911, S 1-14, Diskussion S II-IX ]

- \*[1917], *Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie gemeinver standlich Braunschweig*: Vieweg 1917 (Sammlung Vieweg, Heft 38)

Gauß, Carl Friedrich [1831], [Anzeige von] *Theoria residuorum biquadraticorum, commentatio secunda Göttingische gelehrte Anzeigen*, 23 April 1831 = Werke, Band II (Göttingen Königl. Gesellsch. der Wissensch. 1876), S 169-178

\*Goethe, Johann Wolfgang [1810], *Zur Farbenlehre*. Erster Band Tübingen Cotta = Goethes Naturwissenschaftliche Schriften (Herausgegeben von Rudolf Steiner), Band 3, S 71-330 Dornach Rudolf Steiner Verlag 1975 (GA 1c)

- [1823], *Der Versuch als Vermittler von Objekt und Subjekt Zur Naturwissenschaft*, Zweiter Band, Erstes Heft = Goethes Naturwissenschaftliche Schriften (Herausgegeben von Rudolf Steiner), Band 2, S 10-21 Dornach Rudolf Steiner Verlag 1975 (GA 1b)

Gschwind, Peter [1986], *Raum, Zeit, Geschwindigkeit*. Dornach: Philosophisch-Anthroposophischer Verlag am Goetheanum (Mathematisch-Astronomische Blätter – Neue Folge, Band 15)

- [1991], *Der lineare Komplex – eine uberimaginäre Zahl*. Dornach: Philosophisch-Anthroposophischer Verlag am Goetheanum (2 Auflage, Mathematisch-Astronomische Blätter - Neue Folge, Band 4)

Haase, Julius [1916], Die vierte Dimension Eine Studie. *Das Reich*, Eister Jahrgang, Buch I, S 29-48

- Hagemann, Ernst [1966], *Lemniskatisch-Planetarische Bewegungen im Kosmos* In: *Die Erforschung Kosmisch Irdischer Entsprechungen*. (Bericht von der Mathematisch-Astronomischen Hochschulwoche der Mathematisch Astronomischen Sektion am Goetheanum, Dornach 12 bis 17 April 1966), S 1-3
- Hardorp, Johannes [1983], Die Bewegungen des Erdkörpers ermittelt nach dem allgemeinen Dopplerprinzip. *Mathematisch-Physikalische Korrespondenz*. (Dornach), Nr 130, S 3-10
- Harman, Peter Michael [1982], *Energy, Force and Matter The Conceptual Development of Nineteenth-Century Physics*. Cambridge: Cambridge University Press (Cambridge History of Science Series)
- \*Hartmann, Eduard von [1891], *Die Geisterhypothese des Spiritismus und seine Phantome*. Leipzig: Friedrich
- \*[1898], *Der Spiritismus* Leipzig Haacke
- Helmholtz, Hermann [1878], *Die Thatsachen in der Wahrnehmung* (Rede, gehalten zur Stiftungsfeier der Friedrich-Wilhelms-Universität zu Berlin am 3 August 1878) Berlin Hirschwald 1879
- Hemming, Albrecht / Pinkall, Ulrich [1983], *Auf dem Wege zu Urbildern von Organisationsstrukturen*. Manuskriptdruck im Selbstverlag, Freiburg.
- Henderson, Linda Dalrymple [1983], *The Fourth Dimension and Non-Euclidean Geometry in Modern Art*. Princeton: Princeton University Press.
- [1985], Theo van Doesburg, «Die vierte Dimension» und die Relativitätstheorie in den zwanziger Jahren. In: *Die vierte Dimension in der Kunst*. Weinheim: Acta Humaniora, S. 195-205.
- [1988], Mystik, Romantik und die vierte Dimension. In: *Das Geistige in der Kunst: Abstrakte Malerei 1890-1985* (Hrsg. von M. Tuchmann und J. Freeman). Stuttgart: Urachhaus.
- Hentschel, Klaus [1990], *Interpretationen und Fehlinterpretationen der speziellen und der allgemeinen Relativitätstheorie durch Zeitgenossen Albert Einsteins*. Basel: Birkhäuser (Science networks historical studies, Band 6).
- Herrmann, Dieter B. [1982], *Karl Friedrich Zöllner*. Leipzig: Teubner (Biographien hervorragender Naturwissenschaftler, Techniker und Mediziner, Band 57).
- Hinton, Charles Howard [1883], *What is the Fourth Dimension?* [London]. Reprinted in [1886], pp. 3-32.
- \*[1886], *Scientific Romances*. [First Series]. London: Sonnenschein.
- \*[1900], *A New Era of Thought*. London: Sonnenschein (2. Auflage).

- [1901], The Recognition of the Fourth Dimension. (Read before the Philosophical Society of Washington, November 9, 1901.) *Bulletin of the Philosophical Society of Washington*, Volume 14, pp. 179-203. Revised reprint: [1904], pp. 203-230.
- \*[1902], *Scientific Romances*. Second Series. London: Sonnenschein.
- [1904], *The Fourth Dimension*. London: Sonnenschein.
- [1907], *An Episode of Flatland or How a Plane Folk discovered the Third Dimension*. London: Sonnenschein & Co.
- \*Hochstetter, Ferdinand von / Bisching, Anton [1868], *Leitfaden der beschreibenden Krystallographie*. Wien: Braumüller 1868.
- Hoppe, Reinhold [1879], Gleichung der Curve eines Bandes mit unauflösbarem Knoten nebst Auflösung in vierter Dimension. *Archiv der Mathematik und Physik*, Band 64, S. 224.
- [1880], Bemerkungen betreffend die Auflösung eines Knotens in vierter Dimension. *Archiv der Mathematik und Physik*, Band 65, S. 423-426.
- Junge, Werner [1983], Ein Versuch, das kopernikanisch-keplersche Planetensystem durch eine multiplikative Grundlage zu erweitern. *Beiträge zur Erweiterung der Heilkunst*, Band 36, Heft 5, S. 165-173.
- Kaiser, Wilhelm [1966], Ideen über Bewegungen im Sonnensystem bei Dr. Rudolf Steiner – eine vergleichende Betrachtung. In: *Die Erforschung Kosmisch-Irdischer Entsprechungen*. (Bericht von der Mathematisch-Astronomischen Hochschulwoche der Mathematisch-Astronomischen Sektion am Goetheanum, Dornach 12. bis 17. April 1966), S. 7-9.
- \*Kant, Immanuel [1746], *Gedanken von der wahren Schätzung der lebendigen Kräfte*. Werke, Band I, S. 7-218.
- [1768], *Von dem ersten Grunde des Unterschieds der Gegenden im Räume*. Werke, Band I, S. 991-1000.
- [1783], *Prolegomena einer jeden künftigen Metaphysik*. Werke, Band 3, S. 109-264.
- [1787], *Kritik der reinen Vernunft* (2. Auflage). Werke, Band 2.
- [1956-60], Werke. Hrsg. von W. Weischedel. Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft.
- Kérynyi, K. [1966], *Die Mythologie der Griechen*. Band I, II. München: dtv.
- Keyserling, Graf Hermann [1919a], *Das Reisetagebuch eines Philosophen*. Darmstadt: Reichl.

- \*[1919b], *Der Weg zur Vollendung. Des Grafen Hermann Keyserling philosophisches Schaffen*. Darmstadt: Reichl.
  - \*[1920], *Philosophie als Kunst*. Darmstadt: Reichl.
- Klein, Felix [1876], Über den Zusammenhang der Flächen. *Mathematische Annalen*, Band 9, S. 476-483 = *Gesammelte Mathematische Abhandlungen*, 2. Band (Berlin: Springer 1922), S. 63-77.
- [1926], *Vorlesungen über die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert*, Teil I. Berlin: Springer (Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, Bd. 24).
  - [1927], *Vorlesungen über die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert*, Teil II: *Die Grundbegriffe der Invariantentheorie und ihr Eindringen in die mathematische Physik*. Berlin: Springer (Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, Band 25).
- \*Koenigsberger, Leo [1874], *Vorlesungen über die Theorie der elliptischen Functionen*. Erster Theil. Leipzig: Teubner.
- Kopernikus, Nikolaus [1879], *Über die Kreisbewegungen der Weltkörper*. (Übersetzt und mit Anmerkungen von C. L. Menzzer). Thorn: Lambeck (Nachdruck: Leipzig, Akademische Verlagsgesellschaft 1939).
- [1948], *Erster Entwurf seines Weltsystems*. (Nach den Handschriften herausgegeben, übersetzt und erläutert von Fritz Rossmann.) München: Hermann Rinn (Nachdruck: Darmstadt, Wissenschaftliche Buchgesellschaft 1966, 1974).
  - [1990], *Das neue Weltbild*. Drei Texte: Commentariolus, Brief gegen Werner, De revolutionibus I. (Übersetzt und mit einer Einleitung und Anmerkungen versehen von Hans Günter Zekl.) Hamburg: Meiner.
- Kowol, Gerhard [1990], *Gleichungen. Eine historisch-phänomenologische Darstellung*. Stuttgart: Freies Geistesleben.
- Lämmel, Rudolf [1921], *Die Grundlagen der Relativitätstheorie – populärwissenschaftlich dargestellt*. Berlin: Springer.
- Locher, Louis [1937], *Urphänomene der Geometrie*. Zürich: Orell Füssli (Nachdruck: Dornach, Philosophisch-Anthroposophischer Verlag am Goetheanum 1980).
- [1942], Nachwort. *Mathematisch-Astronomische Blätter*, Heft 4, S. 100-107.
- Luttenberger, Franz [1977], Friedrich Zöllner, der Spiritismus und der vierdimensionale Raum. *Zeitschrift für Parapsychologie und Grenzgebiete der Psychologie*, Band 19, Heft 4, S. 195-214.
- Manning, Henry Parker [1914], *Geometry of Four Dimensions*, New York: Macmillan (Reprint: New York: Dover 1956).

- Möbius, August Ferdinand [1827], *Der barycentrische Calcul*. Leipzig = Gesammelte Werke, Band I (Leipzig: Hirzel 1885), S. 1-388.
- [1865], Über die Bestimmung des Inhaltes eines Polyeders. *Berichte über die Verhandlungen der Königlich Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Klasse*, Band 17, S. 31-68 = Gesammelte Werke, Band II (Leipzig: Hirzel 1886), S. 473-512.
- Müller, Ernst [1931], Oskar Simony und seine topologischen Untersuchungen. In: *Mathesis*, Stuttgart: Orient-Occident-Verlag, S. 175-226.
- [1951], Erinnerungen an Oskar Simony. *Blätter für Anthroposophie*, Band 3, Heft 8, S. 288-292.
- Neugebauer, Otto [1983], *Astronomy and History. Selected Essays*. New York: Springer.
- Niggli, Paul [1924], *Lehrbuch der Mineralogie*. Teil I: Allgemeine Mineralogie. Berlin: Bornträger (2. Auflage).
- Ostwald, Wilhelm [1895], *Die Überwindung des wissenschaftlichen Materialismus* (Vortrag, gehalten in der dritten allgemeinen Sitzung der Versammlung der Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte zu Lübeck am 20. September 1895). Leipzig: Veit & Co.
- Planck, Max [1910], Die Stellung der neueren Physik zur mechanischen Naturschauung (Vortrag, gehalten am 23. September 1910 auf der 82. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte in Königsberg). *Verhandlungen der Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte zu Königsberg*, 1910, Teil I, S. 58-75 = Max Planck, *Physikalische Abhandlungen und Vorträge*, Band III (Braunschweig: Vieweg 1958), S. 30-46.
- Ptolemäus, Claudius [1962-63], *Handbuch der Astronomie*, 2 Bände. (Deutsche Übersetzung und erläuternde Anmerkungen von K. Manitius, Vorwort und Berichtigungen von O. Neugebauer.) Leipzig: Teubner.
- Reichardt, Hans [1976], *Gauß und die nichteuklidische Geometrie*. Leipzig: Teubner.
- Riemann, Bernhard [1867], *Über die Hypothesen, welcher der Geometrie zugrunde liegen* (Habitationsvortrag vom 10. Juni 1854). *Abhandlungen der Königlich Gesellschaft der Wissenschaften, Göttingen*, Band 13, S. 133-152 = B. Riemann, *Mathematische Werke* (2. Auflage, Leipzig: Teubner 1892), S. 272-287.
- Rudnicki, Konrad [1984], Kann das lemniskatische System nicht doch die körperliche Sonnen-Planeten-Bewegung beschreiben? *Mathematisch-Physikalische Korrespondenz* (Dornach), Nr. 133, S. 34-35.
- \*Schlaf, Johannes [1914], *Professor Plassmann und das Sonnenfleckenphänomen. Weiteres zur geozentrischen Feststellung*. Hamburg: Hephaestos-Verlag.
- \*[1919], *Die Erde – nicht die Sonne*. München/Wien/Zürich: Dreiländer Verlag.

- Schmidt, Thomas [1966], *Zur Phänomenologie von Planetenbahnen. In: Die Erforschung Kosmisch-Irdischer Entsprechungen.* (Bericht von der Mathematisch-Astronomischen Hochschulwoche der Mathematisch-Astronomischen Sektion am Goetheanum, Dornach, 12. bis 17. April 1966), S. 5-6.
- [1967], Besselsche Korrekturen und dritte kopernikanische Bewegung. In: *Die lemniskatischen Bewegungsprinzipien im Sonnensystem und im Blutkreislauf.* (Bericht von der Mathematisch-Astronomischen Hochschulwoche der Mathematisch-Astronomischen Sektion am Goetheanum, Dornach, 28. März bis 2. April 1967), S. 7-8.
- Scholz, Erhard [1980], *Geschichte des Mannigfaltigkeitsbegriffs von Riemann bis Poincaré.* Boston/Basel: Birkhäuser.
- \*Schopenhauer, Arthur [1894], *Arthur Schopenhauers sämtliche Werke in zwölf Bänden, mit Einleitung von Dr. Rudolf Steiner.* 2. Band, Stuttgart o. J. (1894).
- Schoute, Pieter Hendrik [1902], *Mehrdimensionale Geometrie, Erster Teil: Die linearen Räume.* Leipzig: Göschen (Sammlung Schubert, Band 35).
- [1905], *Mehrdimensionale Geometrie, Zweiter Teil: Die Polytope.* Leipzig: Göschen (Sammlung Schubert, Band 36).
- Schouten, Jan Arnoldus \*[1914], *Grundlagen der Vektor- und Affinoranalysis.* Leipzig/Berlin: Teubner.
- Seifert, Herbert / Threlfall, William [1934], *Lehrbuch der Topologie.* Leipzig: Teubner 1934.
- Simony, Oskar [1880], Über jene Flächen, welche aus ringförmig geschlossenen, knotenfreien Bändern durch in sich selbst zurückkehrende Längsschnitte erzeugt werden. *Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften, Wien, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Klasse, Abteilung II, Band 82, S. 691-697.*
- [1881 a], Über jene Gebilde, welche aus kreuzförmigen Flächen durch paarweise Vereinigung ihrer Enden und gewisse in sich selbst zurückkehrende Schnitte entstehen. *Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften, Wien, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Klasse, Abteilung II, Band 84, S. 237-257.*
  - \*[1881b], *Gemeinfassliche, leicht controlirbare Lösung der Aufgabe: «In ein ringförmig geschlossenes Band einen Knoten zu machen» und verwandter merkwürdiger Probleme.* Wien: Gerold 1881 (3. Auflage).
  - [1883], Über eine Reihe neuer mathematischer Erfahrungssätze. *Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften, Wien, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Klasse, Abteilung II, Band 88, S. 939-974.*

- \*[1884], *Über spiritistische Manifestationen vom naturwissenschaftlichen Standpunkte*. Wien/Pest/Leipzig: Hartleben.
  - \*[1885], Über zwei universelle Verallgemeinerungen der algebraischen Grundoperationen. *Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften*, Wien, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Klasse, Abteilung II, Band 91, S. 223-328.
  - \*[1886], *Über die empirische Natur unserer Raumvorstellungen* (Vortrag vom 17. Februar 1886). Wien: Verein zur Verbreitung naturwissenschaftlicher Kenntnisse.
- Sommerfeld, Arnold [1944], *Vorlesungen über theoretische Physik*, Band II: *Mechanik der deformierbaren Medien*. Leipzig: Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig. (Nachdruck der 6. Auflage: Thun/Frankfurt am Main: Harri Deutsch 1992).
- \*Spengler, Oswald [1920], *Der Untergang des Abendlandes*. Erster Band: *Gestalt und Wirklichkeit*. München: Beck (7.-10. Auflage).
- \*[1922], *Der Untergang des Abendlandes*. Zweiter Band: *Welthistorische Perspektiven*. München: Beck (31.-42. Auflage).
- Stäckel, Paul [1913], *Wolfgang und Johann Bolyai: Geometrische Untersuchungen*. Erster Teil: Leben und Schriften der beiden Bolyai; Zweiter Teil: Stücke aus den Schriften der beiden Bolyai. Leipzig und Berlin: Teubner (*Urkunden zur Geschichte der nichteuklidischen Geometrie*, hrsg. von F. Engel / P. Stäckel, Teil II).
- Steffen, Albert [1922], *Die Krisis im Leben des Künstlers*. Bern: Seldwyla (2. Auflage: 1925).
- Teichmann, Jürgen [1983], *Wandel des Weltbildes*. Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft (2. Auflage).
- Unger, Carl [1921], Rudolf Steiners Werk. (Referat über sechs Vorträge von Carl Unger während der Anthroposophischen Hochschulkurse vom 26. September bis 6. Oktober 1920 am Goetheanum in Dornach durch Willy Storrer.) *Tribüne* (Zürich), 1. Jahrgang 1921, Heft 6/8, S. 32-40. (Gekürzter Abdruck ohne Quellenangabe in: Carl Unger, *Schriften*, Erster Band [Stuttgart: Freies Geistesleben 1964], S. 230-243).
- Unger, Georg [1967], *Vom Bilden physikalischer Begriffe. Teil III: Grundbegriffe der modernen Physik. Quanten, Teilchen, Relativität*. Stuttgart: Freies Geistesleben.
- [1981], *Vorbemerkungen zur Arbeit von H. Bauer. Mathematisch-Physikalische Korrespondenz* (Dornach), Nr. 121, S. 2-5.

- Van Bemmelen, Martin [1967], Bewegungsformen von Herz und Kreislauf sind Abbilder von kosmischen Bewegungen. In: *Die lemniskatischen Bewegungsprinzipien im Sonnensystem und im Blutkreislauf*. (Bericht von der Mathematisch-Astronomischen Hochschulwoche der Mathematisch-Astronomischen Sektion am Goetheanum, Dornach, 28. März bis 2. April 1967), S. 10-16.
- Vanscheidt, Ralf [1992], Über einige Konsequenzen der geometrischen Naturbeschreibung. *Evidenz 1992/1993*. Jahrbuch des Novalis-Hochschulverein, Dortmund. Dornach: Gideon Spicker Verlag.
- Van der Waerden, Bartel Leenert [1985], *A History of Algebra*. Berlin/Heidelberg/New York: Springer.
- [1988], *Die Astronomie der Griechen. Eine Einführung*. Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft.
- Vetter, Suso [1967], Zur lemniskatischen Sonnen-Erden-Bewegung nach Arbeiten von Joachim Schultz. In: *Die lemniskatischen Bewegungsprinzipien im Sonnensystem und im Blutkreislauf*. (Bericht von der Mathematisch-Astronomischen Hochschulwoche der Mathematisch-Astronomischen Sektion am Goetheanum, Dornach, 28. März bis 2. April 1967), S. 4-7. Wieder abgedruckt in: *Mathematisch-Physikalische Korrespondenz* (Dornach), Nr. 121, 1981, S. 5-9.
- Vreede, Elisabeth [1922], Die Berechtigung der Mathematik in der Astronomie und ihre Grenzen. In: *Aenigmatisches aus Kunst und Wissenschaft*. Anthroposophische Hochschulkurse vom 26. September bis 16. Oktober 1920. Band I/II (Stuttgart: Kommende Tag AG), S. 135-164.
- [1980], *Astronomie und Anthroposophie*. Dornach: Philosophisch-Anthroposophischer Verlag am Goetheanum (2., neu bearbeitete Auflage).
- Whittaker, Edmund Taylor [1951-53], *A history of the Theories of Aether and Electricity*. Volume I: The Classical Theories, Volume II: The Modern Theories 1900-1926. London/New York: Nelson.
- Wolf, Rudolf [1891-93], *Handbuch der Astronomie, ihrer Geschichte und Litteratur*. Zwei Bände. Zürich: Schulthess.
- Ziegler, Rhenatus [1976], Die Planetenbewegungen nach Ptolemäus. *Mathematisch-Physikalische Korrespondenz* (Dornach), Nr. 99, S. 1-26.
- [1987], Die Entdeckung der nichteuklidischen Geometrien und ihre Folgen; Bemerkungen zur Bewußtseinsgeschichte des 19. Jahrhunderts. *Elemente der Naturwissenschaft*, Band 47, Heft 2, S. 31-58.
  - [1992], *Mathematik und Geisteswissenschaft. Mathematische Einführung in die Philosophie als Geisteswissenschaft*. Dornach: Philosophisch-Anthroposophischer Verlag am Goetheanum.

- [1995], *Ernst Blümel (1884-1952). Notizen zur Biographie des Mathematikers und Lehrers Ernst Blümel*. Dornach. (Arbeitshefte der Mathematisch-Astronomischen Sektion am Goetheanum, Kleine Reihe, Heft 1.)

Zöllner, Friedrich [1876], *Principien einer elektrodynamischen Theorie der Materie*. Leipzig: Engelmann.

- [1878-1881], *Wissenschaftliche Abhandlungen (WA)*, Band I-IV. Leipzig: Staackmann.
- [1878a], Über Wirkungen in die Ferne. WA, Band I, S. 16-288.
- [1878b], Thomson's Dämonen und die Schatten Plato's. WA, Band I, S. 710-732.
- [1878c], Über die metaphysische Deduction der Naturgesetze. WA, Band II.1, S. 181-433.
- [1878d], Zur Metaphysik des Raumes WA, Band II 2, S 892-941, S 1173-1192
- [1878e], On Space of Four Dimensions *The Quarterly Journal of Science and Annals of Mining* (London), April 1878, pp 227-237
- [1879], *Die transcendente Physik und die sogenannte Philosophie*. WA, Band III
- [1886], *Über die Natur der Cometen Beitrage zur Geschichte und Theorie der Erkenntniss*. Gera Griesbach (3. Auflage)

## Именной указатель

\* = в тексте упоминается не по имени

- Баравалла, Герман (Hermann von Baravalle) 142
- Бессель, Фридрих Вильгельм (Friedrich Wilhelm Bessel) 191
- Блюмсель, Эрнст (Ernst Blümel) 166
- Большой, Янош (János Bolyai) 17
- Будда (Buddha) 138
- Вреде, Элизабет (Elisabeth Vreede) 186
- Гаусс, Карл Фридрих (Carl Friedrich Gauß) 17, 162, 203
- Гёте, Иоганн Вольфганг (Goethe Johann Wolfgang) 54, 67, 138, 171, 175, 178, 197
- Дюринг, Евгений (Eugen Dühring) 162
- Евклид (евклидова) (Euklid) 172, 174, 202, 204 и след., 208 – 210., 220, 229
- Зевс (Zeus) 42
- Кант, Эммануил (Immanuel Kant) 128, 204
- Кантор, Георг (Georg Cantor) 191 ★
- Кейзерлинг, Герман (Herman Keyserling) 195 – 197
- Клаузиус, Рудольф (Rudolf Clausius) 193, 198
- Коланко, Евгений (Eugen Kolisko) 171
- Коперник, Николай (Nikolaus Kopernikus) 184 – 186, 190 и след., 212 – 215
- Кронос (Kronos) 42
- Мюллер, Эрнст (Ernst Müller) 155
- Мюнхаузен (Karl Friedrich Hieronymus, Freiherr von), барон фон 24
- Ницше, Фридрих (Friedrich Nietzsche) 221
- Оствальд, Фридрих Вильгельм (Friedrich Wilhelm Ostwald) 226
- Пифагор (Pythagoras) 161, 172
- Планк, Макс (Max Planck) 180 и след.
- Платон (Plato) 56, 87 – 90, 132
- Птолемей, Клавдий (Claudius Ptolemäus) 185
- Риман, Бернхард (Bernhard Riemann) 17, 113, 202 и след., 211
- Симони, Оскар (Oskar Simony) 28, 135, 172
- Унгер, Карл (Karl Unger) 187
- Уран (Uranos) 42
- Хинтон, Чарльз Говард (Charls Howard Hinton) 31, 58, 65, 72, 73, 84, 93, 105, 121, 216
- тессаракт 65, 73, 74, 86, 87, 90, 91, 98, 105, 106, 107, 121
- Цёлльнер, Фридрих (Johann Karl Friedrich Zöllner) 21, 100
- Шопенгауэр, Артур (Artur Schopenhauer) 23, 87
- Шоутен, Ян Арнольд (Jan Arnoldus Schouten) 41, 51, 63, 125
- Шпенглер, Освальд (Oswald Spengler) 192 – 197
- Штайнер, Рудольф (Rudolf Steiner) (*произведения + доклады*)
- Теософия (GA 9) 45
- Доклад от 19. 4. 1914: (GA 63) Духовная наука как благо жизни, 139 ★
- Духовно-научные импульсы к развитию физики, II (GA321) 198 ★
- Штеффен, Альберт (Albert Steffen) 191
- Штокмайер, Эрнст Август Карл (Ernst August Karl Stockmeyer) 174 ★
- Штракосш, Александр (Alexander Strakosch) 163
- Эйнштейн, Альберт (Albert Einstein) 142, 144 – 146, 151, 152 и след., 180, 189, 198, 220, 227, 229
- теория относительности 139, 150, 188 и след., 211, 219, 221

РУДОЛЬФ ШТАЙНЕР  
О ПУБЛИКАЦИЯХ ЗАПИСЕЙ ЛЕКЦИЙ

*Из автобиографии Рудольфа Штайнера  
«Мой жизненный путь» (1925, Гл. 35)*

Результат моей антропософской деятельности представлен, во-первых, в моих книгах, доступных для широкого читателя, и, во-вторых, в целом ряде курсов лекций, которые сначала были задуманы для частного пользования и должны были распространяться только среди членов Теософского (позднее Антропософского) общества. Это были более или менее удачно выполненные записи лекций, которые из-за недостатка времени мной не проверялись. Я бы предпочел, чтобы моё устное слово так и осталось устным словом, но члены Общества пожелали иметь лекции в отпечатанном виде. Так возникло решение издавать их. Если бы я располагал временем для их просмотра, то уже с самого начала не возникло бы необходимости в оговорке: «Только для членов Антропософского общества». В настоящее время, вот уже более года, этого ограничения не существует.

Здесь, в моём «Жизненном пути», необходимо отметить, каким образом мои книги и эти частные издания включаются в то, что было разработано мной как антропософия.

Кто желает проследить за ходом моей внутренней работы и борьбы, направленных на то, чтобы антропософия выступила перед сознанием современной эпохи, тому необходимо ознакомиться с моими книгами, адресованными широкому читателю. В них я попытался проникнуть в вопросы, относящиеся к познавательным устремлениям нашей эпохи. В этих книгах нашло отражение всё то, что сформировалось во мне благодаря «духовному созерцанию» и что стало зданием антропософии – правда, во многих отношениях несовершенным.

Наряду с созиданием «антропософии» и служением исключительно тому, что возникало в результате сообщения сведений из мира духа всему образованному миру, выступило и другое требование – нужно было идти навстречу тому, что как потребность души, как томление по духу давало знать о себе в круту членов Общества.

Наиболее остро они ощущали потребность ознакомиться с толкованием евангельских и библейских событий в свете антропософии. Они хотели прослушать лекции об этих данных человечеству откровениях.

Поскольку закрытые курсы лекций читались в духе этих пожеланий, необходимо было учесть и следующее обстоятельство. На этих лекциях могли присутствовать только члены Общества, поскольку они уже были знакомы с началами антропософии. К ним можно было обращаться как к людям, имеющим некоторый опыт в этой области. Поэтому общий строй закрытых лекций был таким, каким не могли обладать книги, предназначенные для широкого круга.

В узком кругу я мог говорить о некоторых вещах иначе, чем *должен* был это делать, если бы с самого начала они предназначались для открытой публикации.

Эта двойственность, возникающая в силу существования открытых и закрытых публикаций, сложилась под влиянием двух различных факторов. Открытые сочинения являются результатом того, что боролось и работало лишь во мне самом; что касается изданий, предназначенных для частного пользования, то здесь вместе со мной борется и работает все Антропософское общество. Я же прислушиваюсь к вибрациям, происходящим в душевной жизни членов Общества, и живое участие во всём услышанном отражается на общем строе лекций.

В них нет ничего, что не являлось бы чистейшим результатом развивающейся антропософии. Не может быть и речи о каких-либо уступках в угоду предубеждениям или предчувствиям членов Общества. Читатель этих частных изданий может полностью принять их за то, что намерена сказать сама антропософия. И поэтому стало возможным без колебаний отказаться от установки распространять эти книги только среди членов Общества, когда упреки в этом направлении стали более настоятельными. Нужно только принять во внимание, что в не просмотренных мной записях возможны ошибки.

*Выносить суждение о содержании этих частных изданий* вправе лишь тот, кто знаком с предпосылками, лежащими в основе подобных суждений. А предпосылками для большинства этих изданий являются по меньшей мере антропософское познание человека и Космоса, поскольку их сущность рассматривается в антропософии, а также знание того, что как «антропософская история» содержится в сообщениях из духовного мира.

А. ЛИТЕРАТУРНОЕ НАСЛЕДИЕ

*I. Книги*

1. Введения к естественнонаучным трудам Гёте. 1884 – 1897
2. Основные черты теории познания мировоззрения Гёте, с особым вниманием к Шиллеру. 1886
3. Истина и наука. 1892
4. Философия свободы. 1894
5. Фридрих Ницше, борец против своего времени. 1895
6. Мировоззрение Гёте. 1897
7. Мистика на заре духовной жизни нового времени и её отношение к современным мировоззрениям. 1901
8. Христианство как мистический факт и мистерии древности. 1902
9. Теософия. Введение в сверхчувственное познание мира и назначение человека. 1904
10. Как достигнуть познаний высших миров? 1904/05
11. Из летописи мира. 1904 – 1908
12. Ступени высшего познания. 1905 – 1908
13. Очерк тайноведения. 1910
14. Четыре драмы-мистерии. 1910 – 1913
15. Духовное водительство человека и человечества. 1911
16. Путь к самопознанию человека. 1912
17. Порог духовного мира. 1913
18. Загадки философии. 1914
19. (Включен в т.24)
20. О загадке человека. 1916
21. О загадках души, 1917
22. Духовный облик Гёте, как он раскрывается в «Фаусте» и «Сказке о Змее и Лилии». 1918
23. Сущность социального вопроса в жизненных потребностях настоящего и будущего. 1919
24. Статьи о трёхчленности социального организма. 1915 – 1921
25. Космология, религия и философия. 1922
26. Антропософские тезисы. Антропософский путь познания, Мистерия Михаила. 1924/25
27. Основы расширения искусства врачевания из духовнонаучных основ. Совместно с Итой Вегман. 1925
28. Мой жизненный путь. 1923 – 1925

*II Сборники статей*

29. Статьи по драматургии. 1889 – 1900
30. Методические основы антропософии. Сборник статей по философии, естественным наукам, эстетике и психологии. 1884 – 1901
31. Общие статьи по истории культуры и современности. 1887 – 1901
32. Статьи по литературе. 1884 – 1902

33. Биографии и биографические очерки. 1894 – 1905
34. Люцифер-Гнозис. Основополагающие статьи по антропософии и сообщения из журналов «Люцифер» и «Люцифер-Гнозис». 1903 – 1908
35. Философия и антропософия. 1904 – 1923
36. Мысли о Гётеануме среди культурного кризиса современности. Статьи из еженедельника «Гётеанум», 1921 – 1925

### *III Публикации из наследия*

38. Письма 1881 – 1890
39. Письма 1890 – 1925
40. Изречения. 1906 – 1925
44. Планы, фрагменты и дополнения к Драмам-мистериям. 1910 – 1913
45. Антропософия. Фрагмент 1910 г.

## В. ДОКЛАДЫ

### *I. Открытые доклады*

- 51 – 67. Берлинские открытые доклады («Доклады в Доме Архитекторов»). с 1903/04 по 1917/18
- 68 – 84. Открытые доклады и курсы, прочитанные в разных городах. 1906-1924

### *II. Доклады для членов Антропософского Общества*

- 93 – 265. Доклады и циклы докладов общепантропософского содержания. – Рассмотрение Евангелий. – Христология. – Духовнонаучная антропология. – История космоса и человека. – Духовные основы социального вопроса. – Человек в его взаимосвязи с космосом. – Кармические рассмотрения. – Доклады и статьи к истории антропософского движения и Антропософского Общества.

### *III. Доклады и курсы по специальным областям*

- 271 – 276. Доклады по искусству
- 277 – 279. Доклады по эвритмии
- 280 – 282. Доклады по формированию речи и драматическому искусству
283. Доклады о музыке
- 284 – 291. Доклады по строительному искусству и архитектуре
292. Доклады по истории искусства
- 293 – 311. Доклады о воспитании
- 312 – 319. Доклады по медицине
- 320 – 326. Доклады по естественным наукам
327. Доклады о земледелии
- 328 – 341. Доклады о социальной жизни и трёхчленности социального организма
- 347 – 354. Доклады для строителей Гётеанума

## С. РЕПРОДУКЦИИ И ПУБЛИКАЦИИ ИЗ ХУДОЖЕСТВЕННОГО НАСЛЕДИЯ

Эскизы для живописных, пластических и архитектурных работ в первом Гётеануме. – Учебные эскизы для художников. – Эскизы оформления эвритмических постановок. – Эвритмические формы. – Наброски для эвритмических фигур и др.

## ИЗДАТЕЛЬСТВО «ТИТУРЕЛЬ»

Издательство «Титурель» основано в 2003 году группой энтузиастов духовного познания. В основе работы коллектива лежит издание трудов основоположника духовной науки (антропософии) Рудольфа Штайнера. Первоначально в планах издательства стоят те из трудов Р. Штайнера, в которых он уделяет особое внимание естественным и точным наукам, а также психологии и медицине. Помимо этого основного направления мы рассматриваем возможности публикаций редких или не издававшихся на русском языке книг естественнонаучного, поэтического, религиозного содержания, памятников древней мудрости, всего, что так или иначе соответствует основному направлению.

Сведения об имени Титурель можно найти в литературе, посвящённой Святому Граалю, в том числе в трудах Рудольфа Штайнера, а также в «Энциклопедии Духовной Науки» (ANTHROPOS. Сост. Г. А. Бондарев — М.: ИНСТИТУТ ОБЩЕГУМАНИТАРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ, 1999)

Издано:

Книга, в которую вошли том GA 322 «Границы естественного познания и их преодоление» и цикл, объединяющий четыре доклада «Поиск новой Изиды, Божественной Софии», из тома GA 202. М.: Титурель, 2003. — 272 с.

Том GA 45 «Антропософия. Фрагмент». М.: Титурель, 2005. — 504 с.

Том GA 323 «Связь различных естественнонаучных областей с астрономией». Третий естественнонаучный курс. *Астрономия в отношении к человеку и к антропософии. 18 докладов, Штутгарт, с 01.01.21 по 18.01.21*. М.: Титурель, 2006. — 488 с.

Том GA 324 «Наблюдение природы, эксперимент, математика и ступени познания духовного исследования». *8 докладов и один вотум дискуссии в рамках «Свободной антропософской высшей школы», Штутгарт, с 16.03.21 по 23.03.21*. М.: Титурель, 2006. — 160 с.

Том GA 324a «Четвёртое измерение. Математика и действительность».

*Записи слушателей докладов о многомерном пространстве и ответов на вопросы на математические темы. 6 непосредственно связанных докладов, Берлин, с 24.03.05 по 07.06.05; 2 отдельных доклада, Берлин, 07.11.05 и 22.10.08. Ответы на вопросы от 1904 по 1922 гг.* М.: Титурель, 2007. — 320 с.

Готовятся к изданию:



GA 177

Духовный задний план внешнего мира  
Свержение духов мрака

14 докладов

Дорнах

29 сентября – 28 октября

1917



Дополнение к Полному собранию трудов Р. Штайнера  
Тетрадь 114/115



GA 207

Антропософия как космофилософия

Часть I

Характерные черты человека

в земной и космической сферах

Человек в его связи с космосом, том VII

11 докладов

Дорнах

23 сентября – 16 октября

1921



GA 208

Антропософия как космофилософия

Часть II

Формирование человека

как результат космических действий

Человек в его связи с космосом, том VIII

11 докладов

Дорнах

21 октября – 13 ноября

1921



GA 325

**Естествознание и всемирно-историческое развитие  
человечества со времён древности**

*I. Европейская духовная жизнь в XIX столетии  
со ссылкой на её исходный пункт в IV столетии.*

*II. Естествознание и всемирно-историческое развитие  
человечества со времён древности*

6 открытых докладов

Дорнах

15 и 16 мая

Штутгарт

с 21 по 24 мая

1921



GA 326

**Момент возникновения  
в мировой истории естествознания  
и его существовавшее до сих пор развитие**

9 докладов

Дорнах

с 24 по 28 декабря

1922

с 1 по 6 января

1923



*В новогоднюю ночь 1922/23 года сгорело дотла  
здание Гётеанума, в котором происходили лекци-  
онные мероприятия. И всё же Рудольф Штайнер  
продолжил курс лекций без перерыва во временном  
помещении 1 января 1923 года.*

Издательство ТИТУРЕЛЬ

начало подготовку серии книг  
неизвестной для современного читателя

ПОЭЗИИ



РУДОЛЬФ ШТАЙНЕР

Четвертое измерение  
Математика и действительность

Перевод: Памфилова Л. Б.

Редактор перевода: Памфилов В. Н.

Оформление, вёрстка: Елин Г. Я.

Издательство «Титурель», г. Москва

Телефоны для справок:

По издательству: (095) 689-44-35; E-mail: [titurel@land.ru](mailto:titurel@land.ru)

По содержанию духовной науки (антропософии):  
(095) 291-23-84 – Антропософское Общество в России

ISBN 978-5-902490-04-3



Формат 60x90/16. Объём 20 печ. л.

Тираж 1000 экз. Заказ № 147

Отпечатано в полном соответствии  
с качеством предоставленного оригинал-макета  
в ППП «Типография «Наука»  
121099, Москва, Шубинский пер., 6.